متعة الرياضيات
في
الخرائط الذهنية و المفاهيمية

مناهج المرحلة الثانوية

المؤلفة

هند العديني

الأستاذة / هند علي العديني

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بِ:

متعة الرياضيات في الخرائط الذهنية والمفاهيمية مناهج المرحلة الثانوية

تحت رقم إيداع 1442/2027 وتاريخ 1442/03/20 هـ، ورقم ردمك 978-603-03-5787-1

بسم الله الرحمن الرحيم

إهداء للميدان التعليمي

أحمد الله عزوجل على منه و عونه أن سهل لي جمع أعمالي من الخرائط و الملخصات لمناهج مادة الرياضيات (المرحلة الثانوية) و التي سهلت توصيل المعلومة للطالبات و كان سببا في تعميق الفهم لطالباتي خلال سنوات عديدة في هذا الكتيب الذي أسال الله أن يجعله علما ينتفع به و صدقة جارية عني و عن والدي و أتمنى أن أكون قد وفقت لتقديم عمل مفيد و نافع للميدان التعليمي ينتفع منه الجميع بإذن الله مع الحفاظ على الامانة العلمية و حفظ الحقوق .

معلمة الرياضيات
هند علي العديني

المقدمة

خرائط المفاهيم تعرف خرائط المفاهيم بأنّها تخطيط رسوم تمتلك بُعدين، وتوضع فيها مفاهيم المواد والأبحاث الدراسيّة بشكلٍ هرمي؛ بحيث يوضع في قمة الهرم مواد المفاهيم الأساسيّة ذات الشمولية العالية والخصوصيّة القليلة، وتوضع في قاعدة الهرم مواد المفاهيم ذات الشموليّة القليلة والخصوصيّة العالية، وترتبط هذه المفاهيم بين بعضها البعض من خلال علاقة مفهومة. تعتبر خرائط المفاهيم وسيلةً لتمثيل العلاقات بين الأفكار، والصور، والكلمات المختلفة، وتستخدم في مجالات التخطيط، والتدريس، والتلخيص، والتقييم لمواد دراسيّة، ومعرفة قدرة الطلبة على فهم واستيعاب تلك المفاهيم الموجودة فيها، بالإضافة إلى اختبار الطالب بقدرة على تذكر المفاهيم السابقة .

أهميّة خرائط المفاهيم للمتعلّم ربط المفاهيم بين بعضها البعض، وتكوين علاقة بينهما. يستطيع تحديد المفاهيم المتشابهة مع بعضها، وفصل المختلف منها. القدرة على التمييز بين المفاهيم ذات المعنى القريب أو المتشابة. تحديد المعلومات المهمة والأساسية، والمعلومات المتفرّعة والجانبيّة. تسهل دراسة المادة، وفهمها جيداً، وإزالة اللبس فيها، وهذا يساعد على تفادي المشكلات التي يمكن أن تقع أثناء الدراسة، والمحافظة على ارتفاع التحصيل الدراسي.

أهمية خرائط المفاهيم للمعلم صناعة ملخّصات لأجزاء مختلفة من المادّة الدراسية التي تسهّل عملية التدريس تزيد من القدرة المعلّم على الانتباه أثناء إعداد أفكارهم و تسهل تقييم الطلبة من خلال هذه الخرائط، وهذا يساعد على توجيه الطلبة إلى أخطائهم لتفاديها في المستقبل. تطوير العلاقة الثنائية بين المعلم والطلبة، وهذا يساهم في تطوير أدائهم.

الفهرس

المقرر	الموضوعات	الصفحة
مقرر رياضيات 2	الفصل الأول : زوايا المضلع – متوازي الأضلاع – تمييز متوازي الأضلاع – المستطيل الأشكال الرباعية .	9 – 14
	الفصل الثاني: المضلعات المتشابهة – المثلثات المتشابهة – عناصر المثلثات المتشابهة – المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة .	15 – 19
	الفصل الثالث : الانعكاس – الإزاحة(الانسحاب) – الدوران – تركيب التحويلات الهندسية – التماثل – التمدد .	20 – 26
	الفصل الرابع : الدائرة و محيطها – قياس الزوايا و الأقواس – الزوايا و الدائرة – قطع مستقيمة خاصة في الدائرة .	27 – 31
مقرر رياضيات 3	الفصل الأول : خصائص الأعداد الحقيقية – العلاقات و الدوال – دوال خاصة – تمثيل المتباينات الخطية و متباينات القيمة المطلقة – حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا – البرمجة الخطية و الحل الأمثل .	32 – 40
	الفصل الثاني : المصفوفات (تعريف المصفوفات – رتبة المصفوفات – أنواع المصفوفات) - المصفوفات (مقدمة في المصفوفات – العمليات على المصفوفات – ضرب المصفوفات) – المحددات (محدد الدرجة الثانية – محدد الدرجة الثالثة) – مساحة المثلث باستعمال المحددات – النظير الضربي لمصفوفة - حل نظام معادلتين باستعمال قاعدة كرامر – حل نظام معادلتين باستعمال المعادلات المصفوفية	41 – 48

الفهرس

المقرر	الموضوعات	الصفحة
مقرر رياضيات 3	الفصل الثالث : حساب قوى العدد i – الأعداد المركبة – القانون العام و المميز – العمليات على كثيرات الحدود – تحليل كثيرات الحدود – نظريتا الباقي و العوامل – الجذور و الأصفار .	56 – 49
	الفصل الرابع : العمليات على الدوال – العلاقات و الدوال العكسية – مجال و مدى دالة الجذر التربيعي – تمثيل دالة و متباينة الجذر التربيعي – الجذر النوني – الأسس النسبية و العمليات على العبارات الجبرية – حل معادلات و متباينات الجذر التربيعي .	64 – 57
مقرر رياضيات 4	الفصل الأول : ضرب العبارات النسبية و قسمتها – جمع العبارات لنسبية و طرحها – تمثيل دوال المقلوب بيانياً – تمثيل الدوال النسبية بيانياً – دوال التغير – حل المعادلات و المتباينات النسبية .	72 – 65
	الفصل الثاني : المتتابعات الحسابية و الهندسية – المتسلسلات الحسابية و الهندسية نظرية ذات الحدين .	76 – 73
	الفصل الثالث : مبدأ العد – الاحتمال باستعمال التباديل و التوافيق – الاحتمال الهندسي – احتمالات الحوادث .	81 – 77
	الفصل الرابع : الدوال المثلثية في مثلث قائم الزاوية – إيجاد قيم الدوال المثلثية للزوايا الحادة – إيجاد قيم الزوايا المشهورة الزوايا المرجعية – قيم الزوايا الربعية – حالات حل المثلث باستخدام قانون الجيوب – حالات حل المثلث باستخدام قانون جيوب التمام – استعمال الدوال المثلثية في مثلث قائم الزاوية – الزوايا و قياسها – التحويل من قياس دائري إلى ستيني و العكس – تمثيليل الدوال المثلثية بيانياً	93 – 82

الفهرس

المقرر	الموضوعات	الصفحة
مقرر رياضيات 5	الفصل الأول : وصف المجموعات الجزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية – تمثيل المجموعة – اختبار الدالة – تحديد المجال – المقاطع مع المحورين – اختبار التماثل – الدوال الزوجية و الفردية – اطراد الدوال – أنواع عدم الاتصال – الإزاحة – الانعكاس – التمدد – العمليات على الدوال و تركيب دالتين – تحديد المدى.	110 – 94
	الفصل الأول : الالة الأسية و الوغاريتمية – مجال و مدى الدالة الأسية و اللوغاريتمية – المعادلات اللوغاريتمية – تطبيقات الدالة الأسية خصائص اللوغاريتمات .	116 – 111
	الفصل الثالث : المتطابقات المثلثية – حل المعادلات المثلثية .	119 – 117
	الفصل الرابع : القطوع المخروطية – تحديد أنواع القطوع المخروطية .	122 – 120
مقرر رياضيات 6	الفصل الأول : إتجاه المتجه – محصلة متجهين – الصور المختلفة لكتابة المتجه – تطبيقات العمليات على المتجهات –- زوايا المتجهات .	129 – 123
	الفصل الثاني : الإحداثيات القطبية – التحويل من صورة أسية إلى لوغاريتمية و العكس– تحويل معادلة قطبية إلى ديكارتية – الأعداد المركبة و نظرية ديموافر .	134 – 130
	الفصل الثالث : الدراسات التجريبية و المسحية و بالملاحظة التحليل الإحصائي – الاحتمال و التوزيعات الاحتمالية – التوزيع الطبيعي – التوزيعات ذات الحدين .	140 – 135
	الفصل الرابع : نهاية دالة عند نقطة – حساب النهاية عند اللانهاية –التطبيقات الفيزيائية و الهندسية للتفاضل و التكامل – المشتقة – القيم القصوى – التكامل .	148 – 141

اللهم علمنا ماينفعنا
وانفعنا بما علمتنا
وزدنا علماً

خرائط مفاهيم
مقرر رياضيات 2

الفصل الأول

الاشكال الرباعية

زوايا المضلع

الزاوية الخارجية:
الزاوية الخارجية لمضلع محدب هي زاوية محصورة بين أحد أضلاعه وامتداد ضلع آخر.

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب عدد أضلاعه n يساوي $S = (n - 2) \cdot 180°$.

- عدد أضلاع مضلع منتظم علم قياس زاويته الداخلية x يساوي

$$n = \frac{360°}{180° - x}$$

- قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم يساوي

$$\frac{(n-2)\times 180°}{n}$$

مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع المحدب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي $360°$.

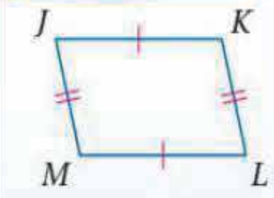
- **قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم عدد أضلاعه n يساوي**

$$\frac{360°}{n}$$

متوازي الاضلاع

الأضلاع

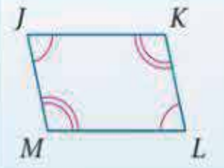
كل ضلعين متقابلين متطابقان



JK = ML , JM = KL

الزوايا

كل زاويتين متقابلتين متطابقتان



$m\angle J = m\angle L$

$m\angle K = m\angle M$

كل زاويتين متحالفتين متكاملتان

$m\angle J + m\angle M = 180^\circ$

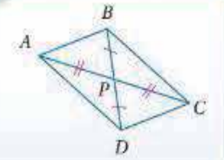
$m\angle M + m\angle L = 180^\circ$

$m\angle L + m\angle K = 180^\circ$

$m\angle K + m\angle J = 180^\circ$

الأقطار

قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر



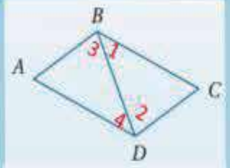
$\overline{AP} \cong \overline{PC}$, $\overline{DP} \cong \overline{PB}$.

$P = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

نقطة تقاطع القطرين

منتصف $\overline{AC}$ = منتصف $\overline{BD}$

قطر متوازي الأضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقين



$\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

تمييز متوازي الأضلاع

إثبات أن الشكل يمثل متوازي أضلاع

1) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين.

2) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين.

3) إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين.

4) إذا كان قطراه ينصّف كل منهما الآخر.

5) إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين.

الهندسة الإحداثية و البرهان الإحداثي

نمثل الشكل في المستوى الإحداثي

لتمييز الأضلاع المتقابلة المتوازية نستخدم قانون الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

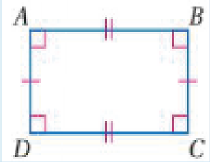
لتمييز الأضلاع المتقابلة المتطابقة نستخدم قانون المسافة

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

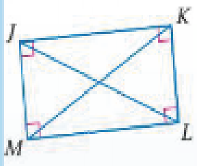
لتمييز الأقطارينصف كل منهما الآخر نستخدم قانون نقطة المنتصف

$$N = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

المستطيل هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم.



إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا، فإن قطريه متطابقان.



تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي المعطاة رؤوسه مستطيل

صيغة المسافة

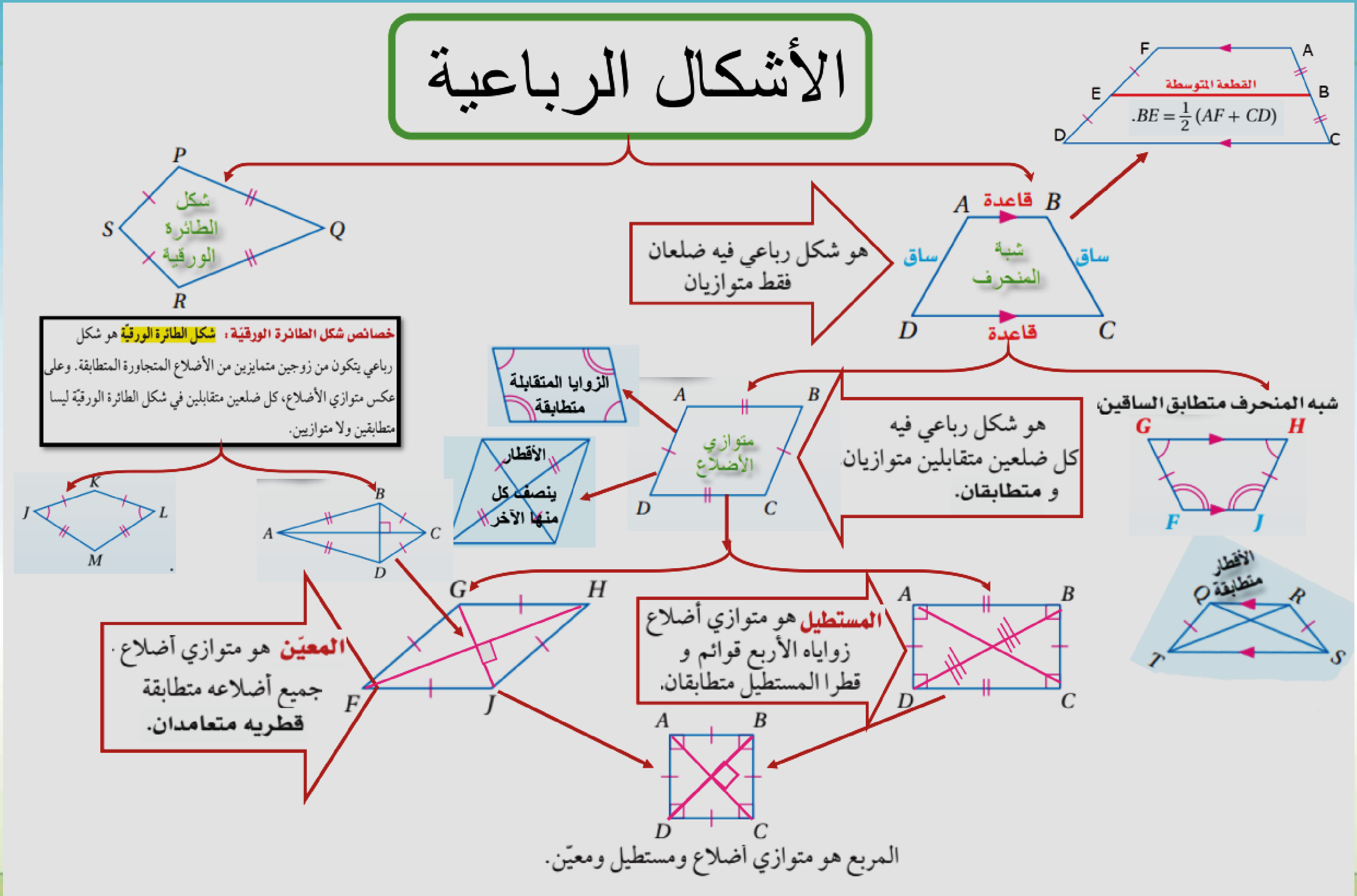
الخطوة١: إيجاد أطوال الأضلاع المتقابلة لتحديد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع

- الأضلاع متطابقة ← الخطوة٢: إيجاد أطوال الأقطار
  - الأقطار متطابقة ← الشكل مستطيل
  - الأقطار غير متطابقة ← الشكل ليس مستطيل
- الأضلاع غير متطابقة ← ليس متوازي أضلاع لذلك ليس مستطيل

صيغة الميل

الخطوة١: إيجاد ميل الأضلاع المتقابلة لتحديد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع

- الأضلاع متوازية ← الخطوة٢: التحقق من أن الأضلاع المتجاورة متعامدة وذلك إذا كان حاصل ضرب ميلهما يساوي سالب واحد
  - الأضلاع متعامدة ← الشكل مستطيل
  - الأضلاع غير متعامدة ← الشكل ليس مستطيل
- الأضلاع غير متوازية ← ليس متوازي أضلاع لذلك ليس مستطيل



الأشكال الرباعية
القطعة المتوسطة
$.BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$
شكل الطائرة الورقية
هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان
قاعدة
ساق
شبة المنحرف
ساق
قاعدة
خصائص شكل الطائرة الورقيّة : شكل الطائرة الورقيّة هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة. وعلى عكس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين في شكل الطائرة الورقيّة ليسا متطابقين ولا متوازيين.
الزوايا المتقابلة متطابقة
الأقطار ينصف كل منها الآخر
متوازي الأضلاع
هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان و متطابقان.
شبه المنحرف متطابق الساقين
الأقطار متطابقة
المعيّن هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة قطريه متعامدان.
المستطيل هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم و قطرا المستطيل متطابقان.
المربع هو متوازي أضلاع ومستطيل ومعيّن.

الفصل الثاني
التشابة

المضلعات المتشابهة

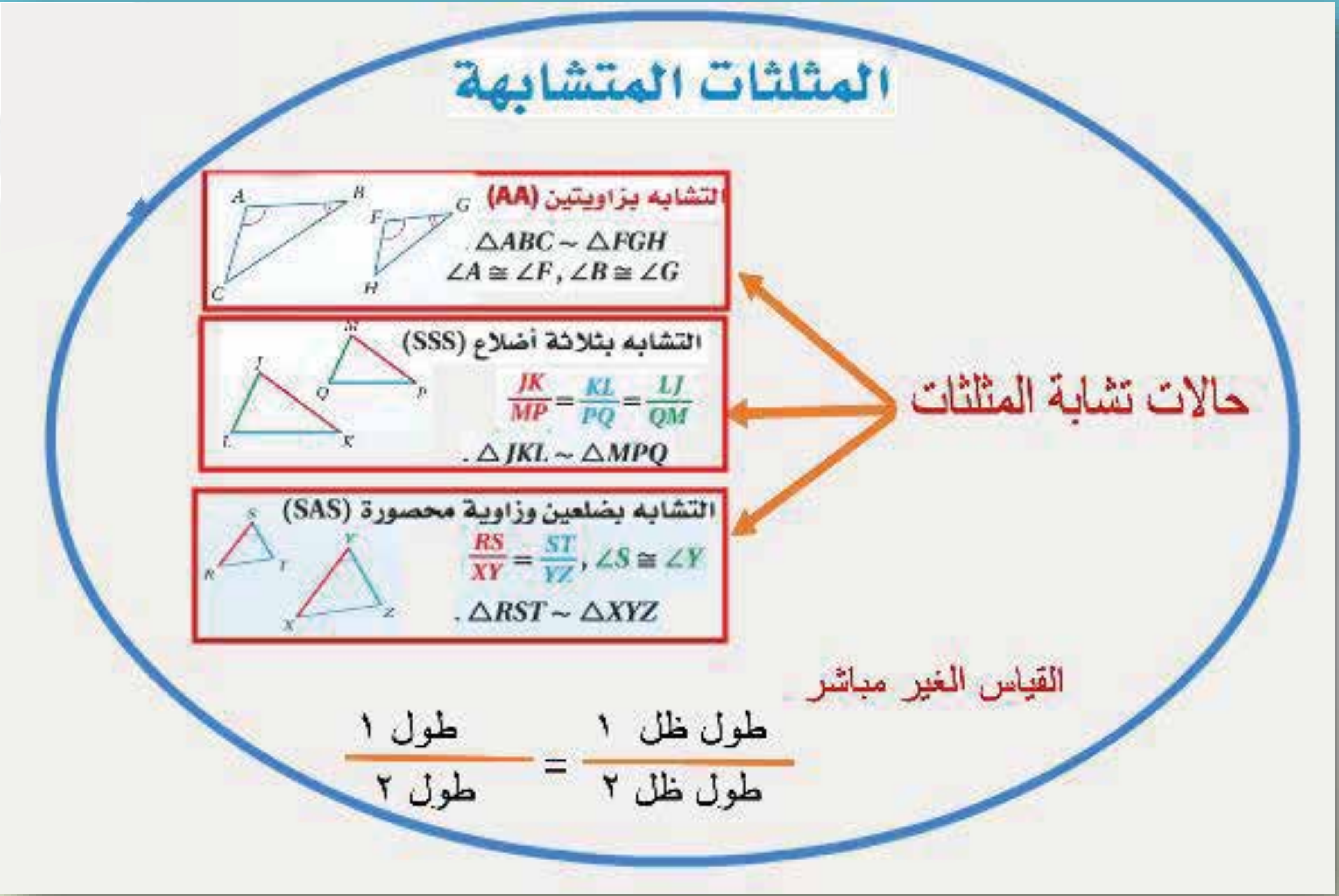
شروط تشابه مضلعين

- الزوايا المتناظرة متطابقة
- اطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة

معامل التشابه = $\frac{\text{طول ضلع في المضلع الأول}}{\text{طول الضلع المناظر له في المضلع الثاني}}$

معامل التشابه = $\frac{\text{محيط المضلع الأول}}{\text{محيط المضلع الثاني}}$

حيث محيط المضلع يساوي مجموع أطوال أضلاعه

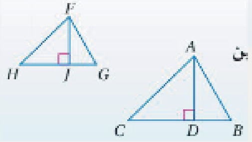

المثلثات المتشابهة
التشابه بزاويتين (AA)
△ABC ~ △FGH
∠A ≅ ∠F, ∠B ≅ ∠G
التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)
JK/MP = KL/PQ = LJ/QM
△JKL ~ △MPQ
التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)
RS/XY = ST/YZ, ∠S ≅ ∠Y
△RST ~ △XYZ
حالات تشابة المثلثات
القياس الغير مباشر
طول ظل ١ / طول ظل ٢ = طول ١ / طول ٢

عناصر المثلثات المتشابهة

إذا تشابه مثلثان فإن :

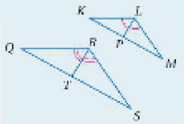
$$\frac{\text{طول ارتفاع المثلث ١}}{\text{طول الارتفاع المناظر له في المثلث ٢}} = \frac{\text{طول ضلع المثلث ١}}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث ٢}}$$

إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$، $\overline{AD}, \overline{FJ}$ ارتفاعين فإن $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$.



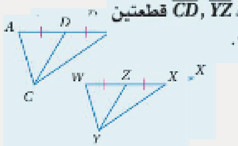
$$\frac{\text{طول منصف زاوية المثلث ١}}{\text{طول منصف الزاوية المناظر له في المثلث ٢}} = \frac{\text{طول ضلع المثلث ١}}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث ٢}}$$

إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$، $\overline{RT}, \overline{LP}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LP}{\;} = \frac{LM}{RS}$



$$\frac{\text{طول القطعة المتوسطة في المثلث ١}}{\text{طول القطعة المتوسطة المناظر له في المثلث ٢}} = \frac{\text{طول ضلع المثلث ١}}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث ٢}}$$

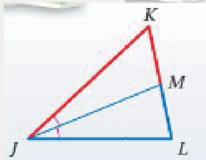
إذا كان XY إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$، $\overline{YZ}, \overline{CD}$ قطعتين متوسطتين متوسطتين فإن $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$.



منصف زاوية في مثلث

إذا كانت $\overline{JM}$ منصف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

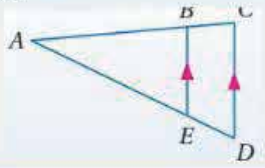
فإن $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$ ← القطعتان المشتركتان بالرأس ← القطعتان المشتركتان بالرأس



المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

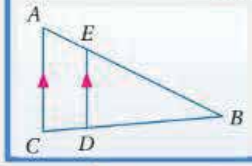
نظريّة التناسب في المثلث

إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.



عكس نظريّة التناسب في المثلث

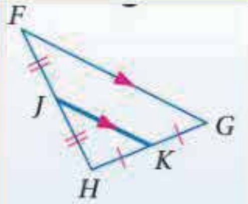
إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{CD}{DB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$.



نظريّة القطعة المنصّفة في المثلث

إذا كانت J, K نقطتَي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$

على الترتيب، فإن: $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK = \frac{1}{2} FG$.



الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

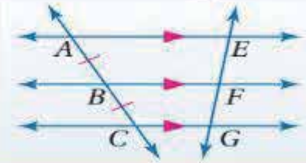
إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها،

فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.

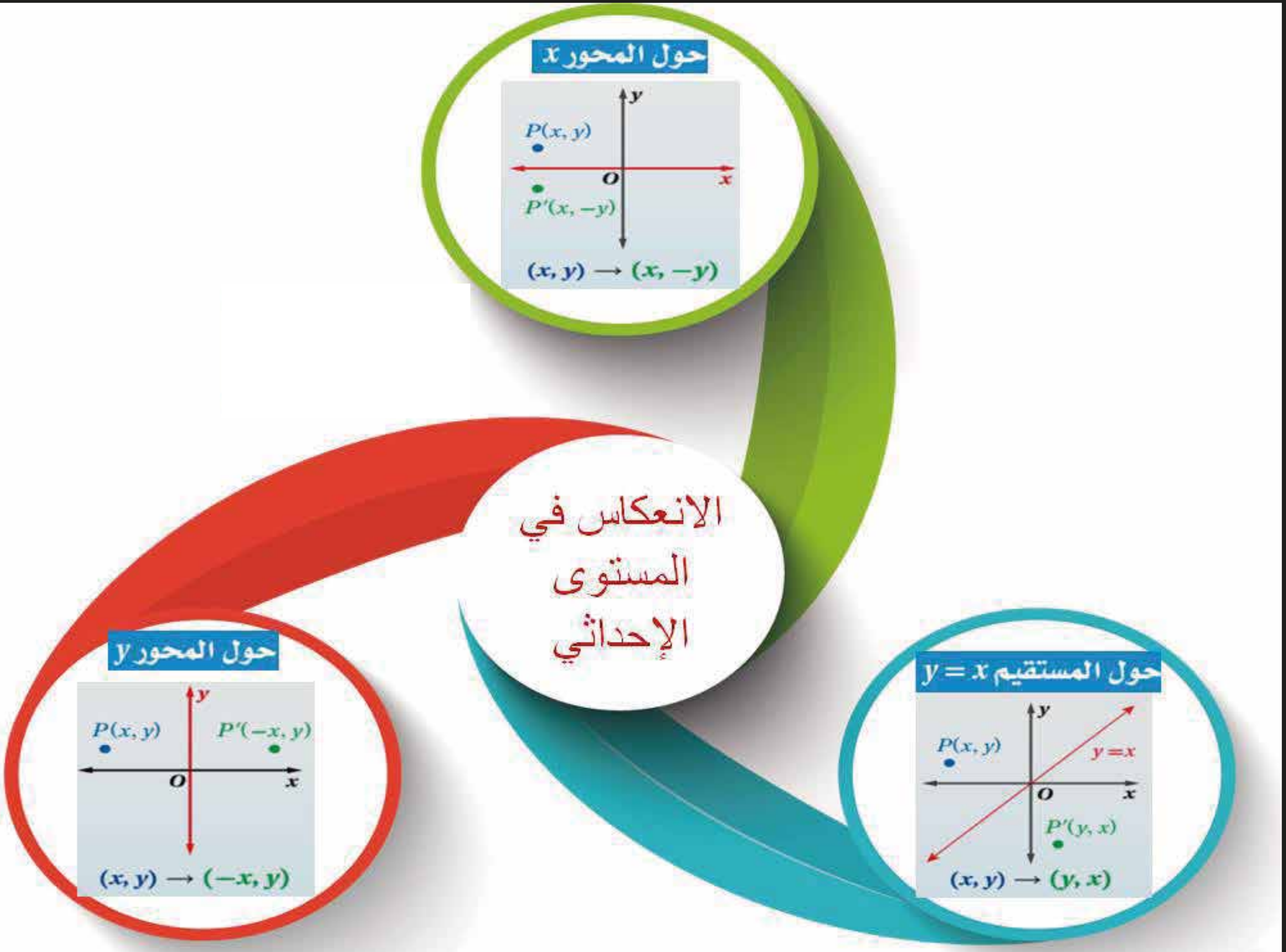
الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها،

بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.



الفصل الثالث
التحويلات
الهندسية و التماثل



الانعكاس في المستوى الإحداثي
حول المحور x
P(x, y)
P′(x, −y)
O
(x, y) → (x, −y)
حول المحور y
P(x, y)
P′(−x, y)
O
(x, y) → (−x, y)
حول المستقيم y = x
P(x, y)
y = x
O
P′(y, x)
(x, y) → (y, x)

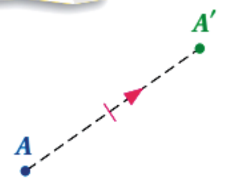
الإزاحة (الانسحاب)

مفهوم أساسي — الإزاحة (الانسحاب)

أضف إلى مطويتك

تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافةً محدَّدة وفي اتجاه محدَّد (اتجاه الإزاحة). فالإزاحة التي تنقل النقطة A إلى صورتها A'، تنقل نقاط الشكل جميعها أيضًا بحيث إن:

- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي طول $\overline{AA'}$.
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها توازي $\overline{AA'}$.



النقطة A' هي صورة النقطة A بالإزاحة.

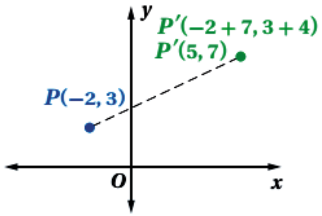
مفهوم أساسي — الإزاحة في المستوى الإحداثي

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإزاحة نقطة ما مسافة a وحدةً أفقيًّا، و b وحدةً رأسيًّا، اجمع a إلى الإحداثي x، و b إلى الإحداثي y.

الرموز: $(x, y) \to (x + a, y + b)$

مثال: إذا كانت: $a = 7$, $b = 4$، فإن صورة النقطة $P(-2, 3)$ الناتجة عن هذه الإزاحة هي $P'(5, 7)$.



إيجاد قاعدة الانسحاب

$$(x , y) \to (x ', y ')..........1$$

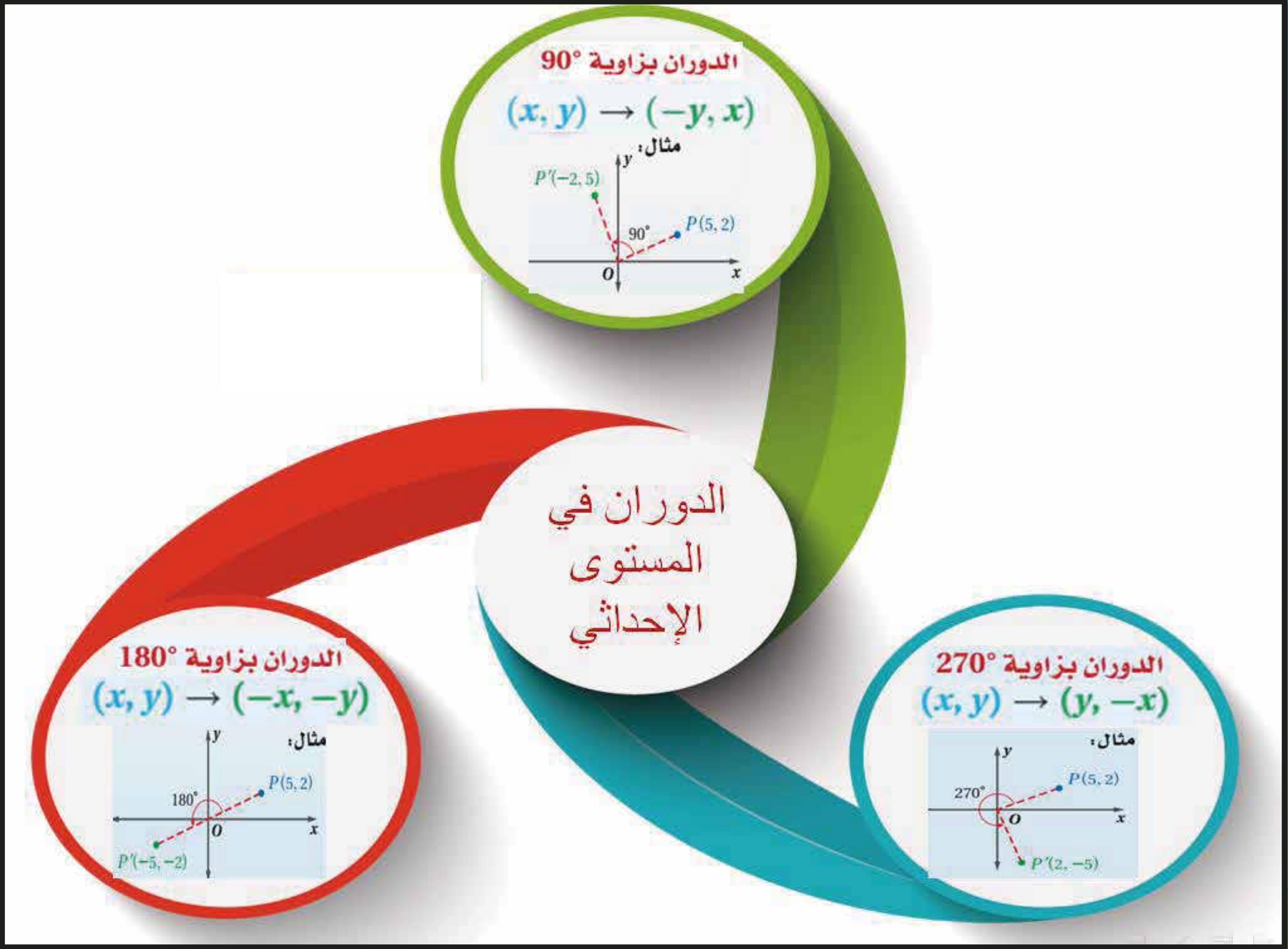
قاعدة الإزاحة

$$(x , y) \to (x + a, y + b)..........2$$

من 1 و 2

$$(x ', y ') = (x + a, y + b)$$

$$a = x ' - x , b = y ' - y$$


الدوران في المستوى الإحداثي
الدوران بزاوية °90
(x, y) → (−y, x)
مثال:
P′(−2, 5)
P(5, 2)
90°
O
x
y
الدوران بزاوية °180
(x, y) → (−x, −y)
مثال:
P(5, 2)
180°
P′(−5, −2)
O
x
y
الدوران بزاوية °270
(x, y) → (y, −x)
مثال:
P(5, 2)
270°
P′(2, −5)
O
x
y

تركيب التحويلات الهندسية

مفهوم أساسي

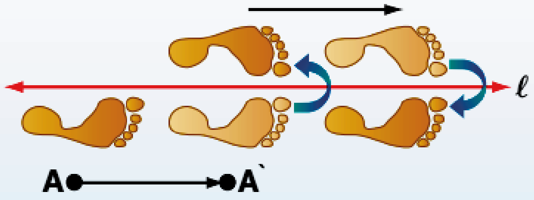
أضف إلى مطويتك

تركيب إزاحة انعكاس

تركيب إزاحة انعكاس هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيمٍ موازٍ لخط اتجاه الإزاحة.

مثالٌ:

تركيب إزاحة انعكاس المجاور هو تحويل هندسي مركب ينقل الشكل في اتجاه الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A′ مع انعكاسٍ حول المستقيم l.



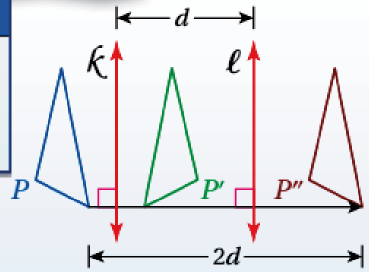
نظرية 3.2

أضف إلى مطويتك

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- **اتجاهها عموديًا على كلٍّ من المستقيمين.**
- **مقدارها يساوي مثلَي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.**



الإزاحة
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين.

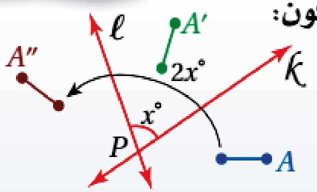
نظرية 3.3

أضف إلى مطويتك

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

- **مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين.**
- **قياس زاويته يساوي مثلَي قياس الزاوية التي يشكّلها تقاطع هذين المستقيمين.**



الدوران
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين.

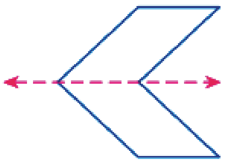
التماثل

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

التماثل حول محور

يكون الشكل الثنائي الأبعاد **متماثلاً حول محور**، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم **محور تماثل**.



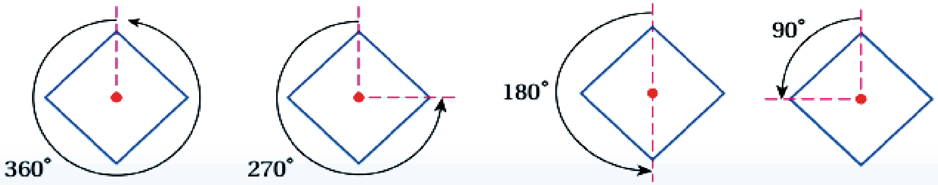
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

التماثل الدوراني

يكون للشكل الثنائي الأبعاد **تماثل دوراني** (أو تماثل نصف قطري) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين 0° و 360° حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمّى مركز الدوران في هذه الحالة **مركز التماثل** (أو نقطة التماثل).

أمثلة : المربع الآتي له تماثل دوراني؛ لأن الدوران بكلٍّ من الزوايا 0°، 90°، 180°، 270°، 360° ينتج عنه الشكل نفسه.



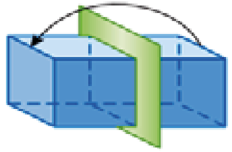
مقدار التماثل يساوي ناتج قسمة 360° على رُتبة التماثل.

مفاهيم أساسية

التماثلات في الأشكال الثلاثية الأبعاد

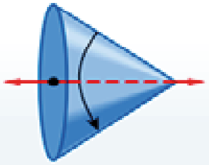
التماثل حول مستوى

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متماثلاً حول مستوى**، إذا أمكن تقسيمه بهذا المستوى إلى شكلين متطابقين، وفي هذه الحالة يسمى هذا المستوى (مستوى التماثل).



التماثل حول محور

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متماثلاً حول محور**، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين 0° و 360° ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.



إرشادات للدراسة

مستوى التماثل: هو المستوى الذي يقسم الشكل إلى نصفين متطابقين تمامًا، بحيث يكون كلٌّ منهما صورة للآخر .

التمدد

تصغير	تطابق	تكبير
إذا كان معامل التمدد K $0<k<1$	إذا كان معامل التمدد k يساوي واحد	إذا كان معامل التمدد k أكبر من الواحد

إيجاد معامل التمدد

$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$$

$$= \frac{X'Y'}{XY}$$

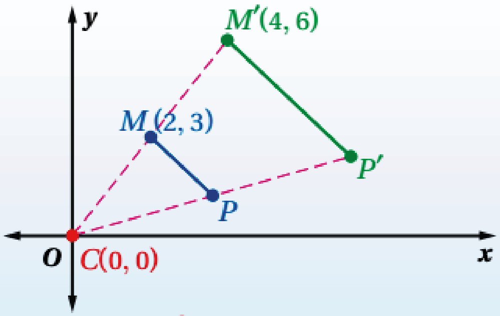
أضف إلى مطويتك

مفهوم أساسي التمدد في المستوى الإحداثي

التعبير اللفظي: لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيَّين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k.

الرموز: $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

مثال:



معامل التمدد: 2

الفصل الرابع
الدائرة

الدائرة و محيطها

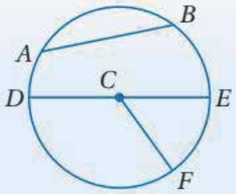
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

نصف القطر هو قطعة مستقيمة يقع أحد طرفَيها على المركز والطرف الآخر على الدائرة.

أمثلة: $\overline{CF}$, $\overline{CE}$, $\overline{CD}$ أنصاف أقطار في $\odot C$.



الوتر هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة.

أمثلة: $\overline{DE}$, $\overline{AB}$ وتران في $\odot C$.

القطر هو وتر يمر بمركز الدائرة، ويتكوّن من نصفَي قطرين يقعان على استقامة واحدة.

مثال: $\overline{DE}$ قطرٌ في $\odot C$ ، ويتكون القطر $\overline{DE}$ من نصفَي القطرين $\overline{CE}$, $\overline{CD}$ الواقعين على استقامةٍ واحدة.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

العلاقة بين القطر ونصف القطر

إذا كان نصف قطر الدائرة r وقطرها d فإن:

صيغة نصف القطر: $r = \frac{d}{2}$ أو $r = \frac{1}{2}d$ صيغة القطر: $d = 2r$

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

محيط الدائرة

التعبير اللفظي: إذا كان قطر الدائرة يساوي d، أو نصف قطرها يساوي r ، فإن محيطها C يساوي حاصل ضرب القطر في π، أو مثلَي نصف القطر في π .

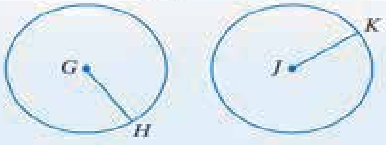
الرموز: $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

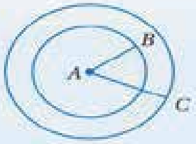
أزواج الدوائر

تكون **الدائرتان متطابقتين** إذا وفقط إذا كان نصفا قطريهما متطابقين.

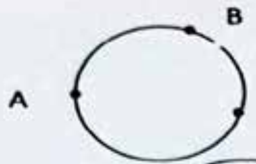


مثال: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$ ، إذن $\odot G \cong \odot J$

الدائرتان المتحدتان في المركز هما الدائرتان اللتان تقعان في المستوى نفسه، ولهما المركز نفسه.



مثال: $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AB}$ و $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AC}$ دائرتان متحدتان في المركز.

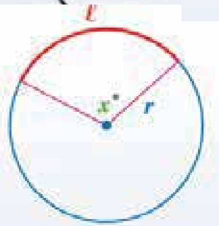


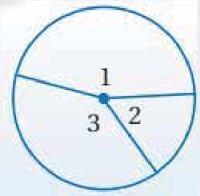
مسلمة جمع الاقواس :
القوس المكون من قوسين متجاورين
قياسه يساوي حاصل جمع قياسهما

$m\widehat{AC} = m\widehat{AB} + m\widehat{BC}$

طول القوس :

$\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$





مجموع الزوايا المركزية = 360^0

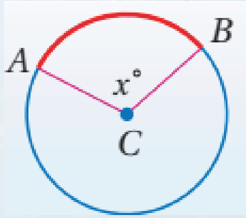
$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$

قياس الزوايا والاقواس

اقواس الدائرة

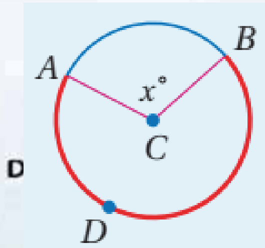
القوس الأصغر قياسه اقل من 180^0

$\widehat{AC}$ قوس أصغر



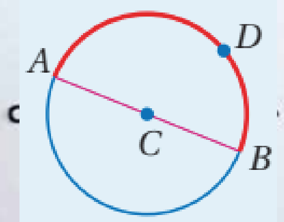
القوس الأكبر قياسه اكبر من 180^0

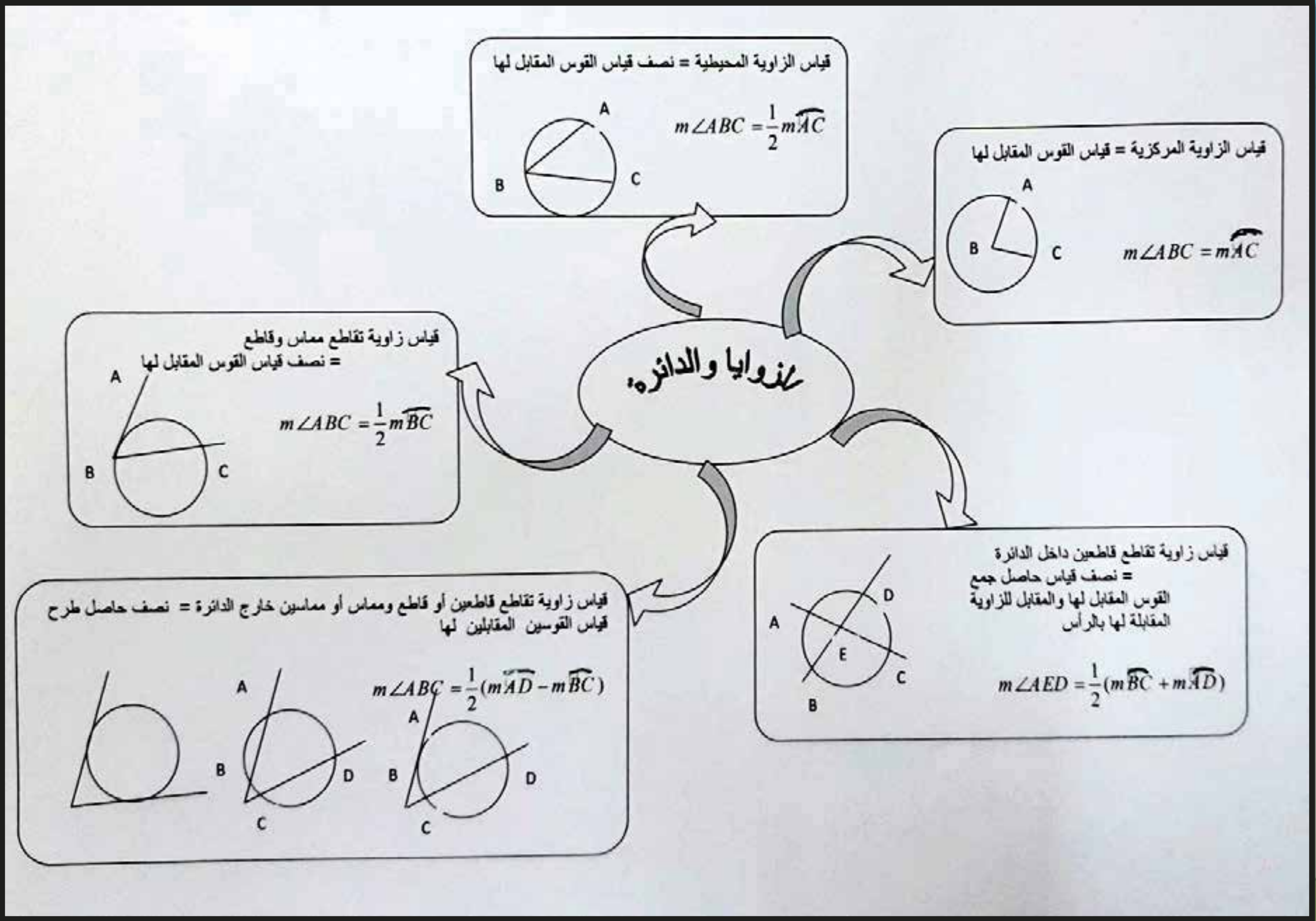
$\widehat{ADC}$ قوس اكبر



نصف الدائرة قوس قياسه يساوي 180^0

$\widehat{ABC}$ نصف دائرة

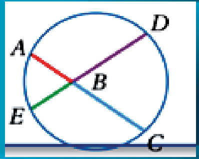



الزوايا والدائرة
قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس القوس المقابل لها
$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$
A
B
C
قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها
$m\angle ABC = m\widehat{AC}$
A
B
C
قياس زاوية تقاطع مماس وقاطع
= نصف قياس القوس المقابل لها
$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{BC}$
A
B
C
قياس زاوية تقاطع قاطعين داخل الدائرة
= نصف قياس حاصل جمع
القوس المقابل لها والمقابل للزاوية
المقابلة لها بالرأس
$m\angle AED = \frac{1}{2}(m\widehat{BC} + m\widehat{AD})$
A
B
C
D
E
قياس زاوية تقاطع قاطعين أو قاطع ومماس أو مماسين خارج الدائرة = نصف حاصل طرح قياس القوسين المقابلين لها
$m\angle ABC = \frac{1}{2}(m\widehat{AD} - m\widehat{BC})$
A
B
C
D

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

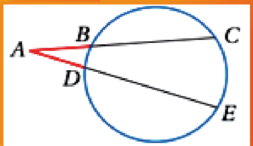
إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولَي جزأي الوتر الثاني.

مثال: $AB \cdot BC = DB \cdot BE$



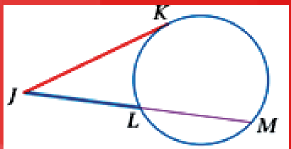
إذا رُسم قاطعان لدائرةٍ من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.

مثال: $AC \cdot AB = AE \cdot AD$



إذا رُسم مماسٌ وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.

مثال: $JK^2 = JL \cdot JM$



خرائط مفاهيم
مقرر رياضيات 3

الفصل الأول
الدوال و المتباينات

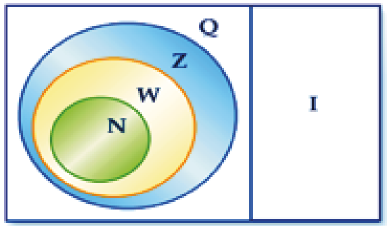
خصائص الأعداد الحقيقية

ملخص المفهوم — خصائص الأعداد الحقيقية — أضف إلى مطويتك

لأي أعداد حقيقية a, b, c فإن:

الخاصية	الجمع	الضرب
التبديلية	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميعية	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = a = 0 + a$	$a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$
النظير	$a + (-a) = 0 = (-a) + a$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1 = \frac{1}{a} \cdot a, a \neq 0$
الانغلاق	$(a + b)$ عدد حقيقي	$(a \cdot b)$ عدد حقيقي
التوزيع	$a(b + c) = ab + ac, (b + c)a = ba + ca$	

الأعداد الحقيقية R



$$N = \{1, 2, 3, ...\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, ...\}$$

$$Z = \{0, \pm1, \pm2, \pm3, ...\}$$

$$Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$$

Q = كسور عشرية منتهية أو دورية

I = الجذور الصماء

كسور عشرية غير منتهية وغير دورية

الخاصية التجميعية

$$(6 \cdot 8) \cdot 5 = 6 \cdot (8 \cdot 5)$$

الخاصية الابدالية

$$84 + 16 = 16 + 84$$

التوزيع

$$7(9 - 5) = 7 \cdot 9 - 7 \cdot 5$$

تبسيط العبارات الجبرية

1) فك الأقواس (التوزيع)
2) تجميع الحدود المناسبة (تجميع وأبدال)
3) تبسيط

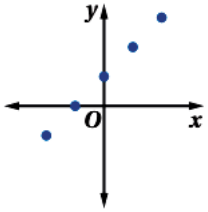
العلاقات و الدوال

المجال: مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

المدى: مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

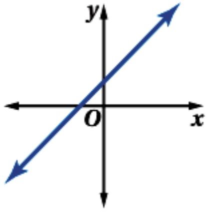
أنواع العلاقات

العلاقة A



علاقة منفصلة

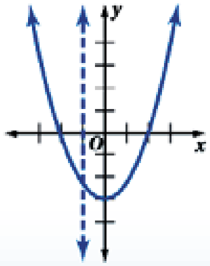
العلاقة B



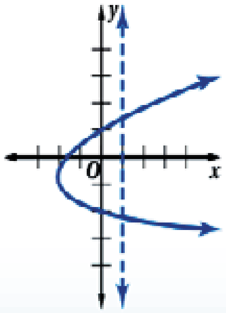
علاقة متصلة

اختبار الخط الرأسي

إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة، فالعلاقة دالة.



إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.



دوال خاصة

تمثيل دالة متعددة التعريف

1) نكون جدول بفرض قيم x حسب شروط التعريف

2) نعوض في الدالة المناسبة حسب التعريف

3) نمثل الدالة في الفترات المختلفة

دالة القيمة المطلقة

1) نساوي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر لإيجاد صفرها

2) نكون جدول نضع فيه صفر القيمة المطلقة و نختار نقاط حوله

3) نمثل الدالة و يكون مجالها R و يكون على شكل حرف V

كتابة دالة متعددة التعريف

1) نختار نقطتين و اضحتين على كل جزء مرسوم

2) نوجد الميل $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

3) نوجد معادلة المستقيم $y - y_1 = m(x - x_1)$ بالتعويض بقيمة الميل و أحدى النقطتين

4) نكتب الدالة المتعددة التعريف

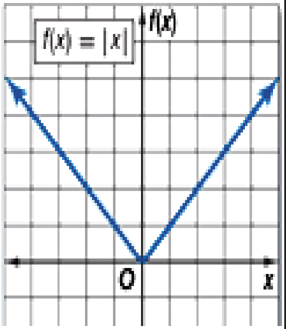
$$f(x) = \begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots & x < \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots < x < \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & x > \ldots \end{cases}$$

دوال خاصة

دالة القيمة المطلقة $|x|$

المجال: R

- المنحنى البياني: على شكل V أو Λ

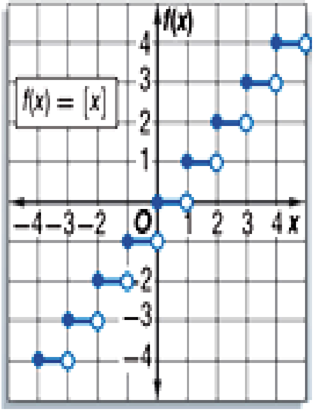


- المدى: $y = a|mx + b| + c$
  - a موجب: $y \geq c$
  - a سالب: $y \leq c$

دالة $[x]$ الصحيح (الدرجية)

المجال: R

- المدى: مجموعة الأعداد الصحيحة Z أو مجموعة جزئية منها
- المنحنى البياني:



تمثيل المتباينات الخطية

- نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي
- نكون جدول و نختار قيم x ويفضل اختيار المقاطع مع المحورين ثم نمثل النقاط
- نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد
- نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة الأصل أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجبا ثم نظلل منطقة الحل

تمثيل متباينات القيمة المطلقة

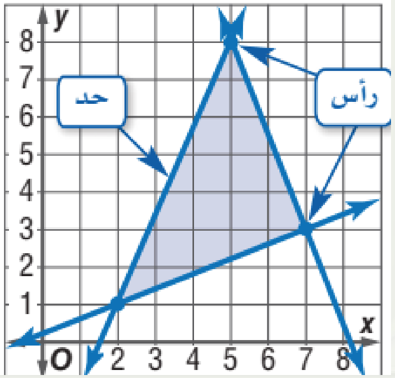
- نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي
- نكون جدولا بعد تحديد صفر القيمة المطلقة و اختيار نقاط حوله
- نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد
- نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة الأصل أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجبا ثم نظلل منطقة الحل

حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا

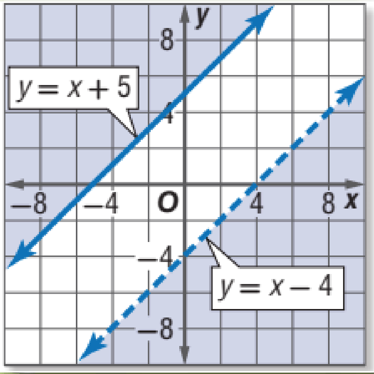
نمثل كل متباينة بيانيا و نظلل منطقة حلها

نحدد منطقة الحل المشتركة بين مناطق حل المتباينات و التي تمثل حل النظام

منطقة مغلقة نحدد رؤوس منطقة الحل و هي إحداثيات نقط تقاطع المستقيمات المحددة للمنطقة



منطقة حل غير متقاطعة تعني أنه لايوجد حل للنظام



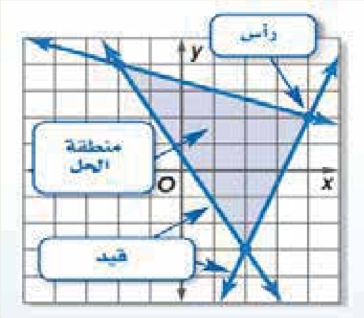
البرمجة الخطية و الحل الأمثل

إيجاد القيمة العظمى و الصغرى للدالة تحت قيود معينة

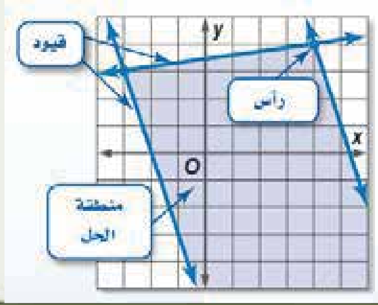
1) نمثل المتباينات و نحدد رؤوس منطقة الحل
2) نوجد قيمة الدالة عند كل رأس و أكبر قيمة هي القيمة و العظمى و أصغر قيمة هي القيمة الصغرى

(x, y)	4x − 2y	f(x, y)	
(−3, 3)	4(−3) − 2(3)	−18	
(1.5, 3)	4(1.5) − 2(3)	0	← قيمة عظمى
(0, 6)	4(0) − 2(6)	−12	
(−2, 6)	4(−2) − 2(6)	−20	← قيمة صغرى

إذا كانت منطقة الحل محدودة يوجد قيمة عظمى و قيمة صغرى للدالة

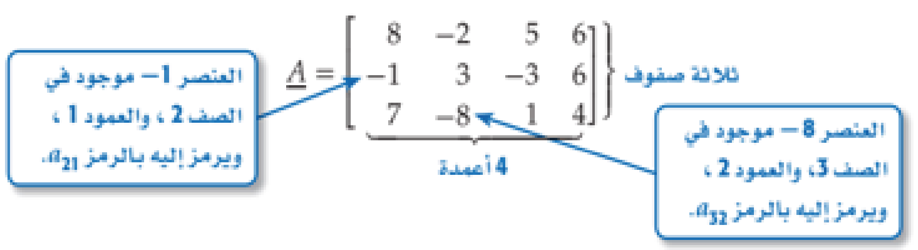


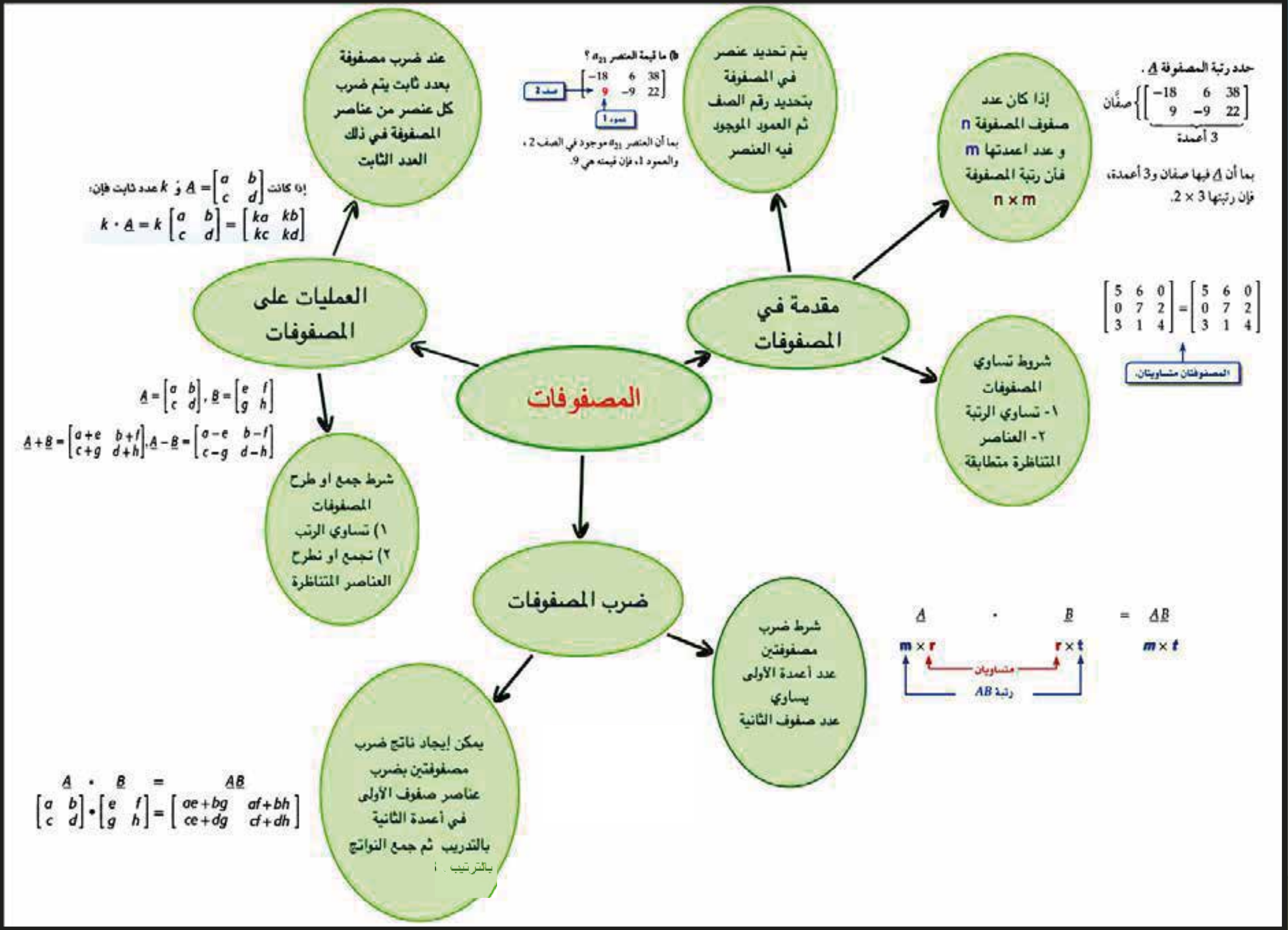
إذا كانت منطقة الحل غير محدودة يوجد أما قيمة عظمى فقط أو قيمة صغرى فقط



الفصل الثاني
المصفوفات

المصفوفات

تعريف المصفوفات	هي ترتيب للأعداد أو المتغيرات على شكل صفوف أفقية و أعمدة رأسية و تكتب بين القوسين ( ) أو [ ] و يرمز لها بأحرف كبيرة مثل : A , B ,..	
رتبة المصفوفة	عدد الصفوف و عدد أعمدتها على الترتيب ، حيث m عدد الصفوف و n عدد الأعمدة	رتبة $A_{m\times n} = m \times n$
أنواع المصفوفات	مصفوفة صف : و تحتوى على صف واحد	مثل : $A_{1\times4} = [0 \quad 2 \quad 1 \quad -1]$
	مصفوفة عمود : و تحتوى على عمود واحد	مثل : $B_{3\times1} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$
	مصفوفة صفرية : جميع عناصرها أصفار و هي المصفوفة المحايدة في عملية جمع المصفوفات	مثل : $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
	مصفوفة مستطيلة : عدد صفوفها لا يساوي عدد أعمدتها	مثل : $E_{2\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, $F_{3\times4} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 7 & -1 \\ 4 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
	مصفوفة مربعة : عدد صفوفها يساوي عدد أعمدتها	مثل : $C_{2\times2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
	مصفوفة قطرية : هي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفاراً ماعدا عناصر القطر الأساسي على الأقل أحدها لايساوي صفر	مثل : $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
	مصفوفة وحدة : هي مصفوفة قطرية جميع عناصر قطرها الرئيسي تساوي واحد	مثل : $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$


المصفوفات
مقدمة في المصفوفات
إذا كان عدد صفوف المصفوفة n و عدد اعمدتها m فأن رتبة المصفوفة n × m
حدد رتبة المصفوفة $\underline{A}$.
$\begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}$
صفّان
3 أعمدة
بما أن $\underline{A}$ فيها صفان و3 أعمدة، فإن رتبتها 3 × 2.
يتم تحديد عنصر في المصفوفة بتحديد رقم الصف ثم العمود الموجود فيه العنصر
ما قيمة العنصر a_{21} ؟
$\begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}$
صف 2
عمود 1
بما أن العنصر a_{21} موجود في الصف 2، والعمود 1، فإن قيمته هي 9.
شروط تساوي المصفوفات
١- تساوي الرتبة
٢- العناصر المتناظرة متطابقة
$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$
المصفوفتان متساويتان
العمليات على المصفوفات
عند ضرب مصفوفة بعدد ثابت يتم ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في ذلك العدد الثابت
إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و k عدد ثابت فإن:
$k \cdot \underline{A} = k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$
شرط جمع او طرح المصفوفات
١) تساوي الرتب
٢) نجمع او نطرح العناصر المتناظرة
$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$
$\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}, \underline{A} - \underline{B} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$
ضرب المصفوفات
شرط ضرب مصفوفتين عدد أعمدة الأولى يساوي عدد صفوف الثانية
$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$
$m \times r$ $r \times t$ $m \times t$
متساويان
رتبة AB
يمكن إيجاد ناتج ضرب مصفوفتين بضرب عناصر صفوف الأولى في أعمدة الثانية بالتدريب ثم جمع النواتج بالترتيب
$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$
$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$

المحدِّدات: كل مصفوفة مربعة لها **محدِّدة**، وتسمى محدِّدة المصفوفة من النوع 2×2 **محدِّدة الدرجة الثانية**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

محدِّدة الدرجة الثانية

التعبيراللفظي: يرمز لمحدِّدة المصفوفة $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ بالرمز $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ وقيمتها تساوي حاصل ضرب عنصري القطر الرئيس مطروحًا منه حاصل ضرب عنصري القطر الآخر.

بالرموز: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$

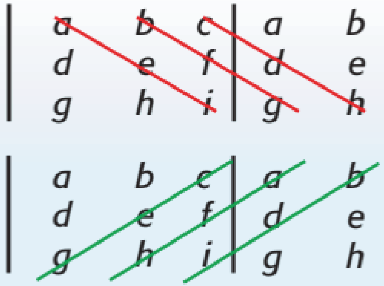
تُسمى محدِّدات المصفوفات من الرتبة 3×3 **محدِّدات الدرجة الثالثة**. ويمكنك حساب هـذه المحدِّدات باستعمال **قاعدة الأقطار** أو باستعمال محدِّدة المصفوفة 2×2 .

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

حساب محدِّدة المصفوفة 3×3

الطريقة الأولى: باستعمال قاعدة الأقطار



خطوة 1: أعد كتابة العمود الأول والثاني عن يمين المحدِّدة.

خطوة 2: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

خطوة 3: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

خطوة 4: لإيجاد قيمة المحدِّدة نطرح ناتج الخطوة 3 من ناتج الخطوة 2 .

الطريقة الثانية: باستعمال محدِّدة المصفوفة 2×2 .

$$a \cdot \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

مفهوم أساسي

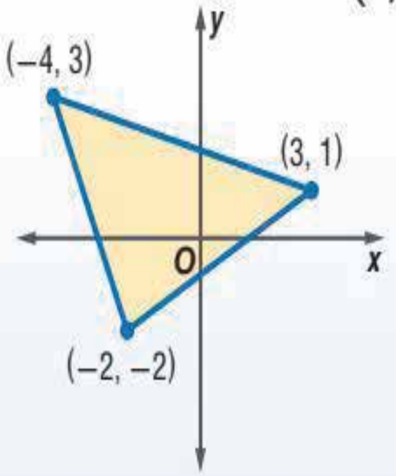
أضف إلى مطويتك

مساحة المثلث

التعبير اللفظي: مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه $(a, b), (c, d), (e, f)$ هي القيمة المطلقة للمقدار A، حيث:

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

مثال: مساحة المثلث في الشكل المجاور هي:



$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

خطوات إيجاد النظير الضربي لمصفوفة

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

نوجد محدد المصفوفة

$$|\underline{A}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \times d - b \times c$$

و يجب أن لايساوي الصفر

نوجد النظير الضربي و يساوي $\frac{1}{|A|}$ مضروب في المصفوفة الناتجة عن تبديل موضعي عناصر القطر الأساسي و تغيير إشارة القطر الآخر

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين باستخدام قاعدة كرامر

1) لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية

$$ax + by = n$$
$$cx + dy = m$$

2) نوجد محدد مصفوفة المعاملات

$$\Delta = |\underline{C}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \times d - b \times c$$

3) لإيجاد x نستبدل معاملات x في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} n & b \\ m & d \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$$

4) لإيجاد y نستبدل معاملات y في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a & n \\ c & m \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$$

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين باستخدام المعادلات المصفوفية

1) لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية

$$a\,x + b\,y = n$$
$$c\,x + d\,y = m$$

2) المعادلة المصفوفية للنظام

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

3) حل النظام

$$\underline{X} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{B}$$

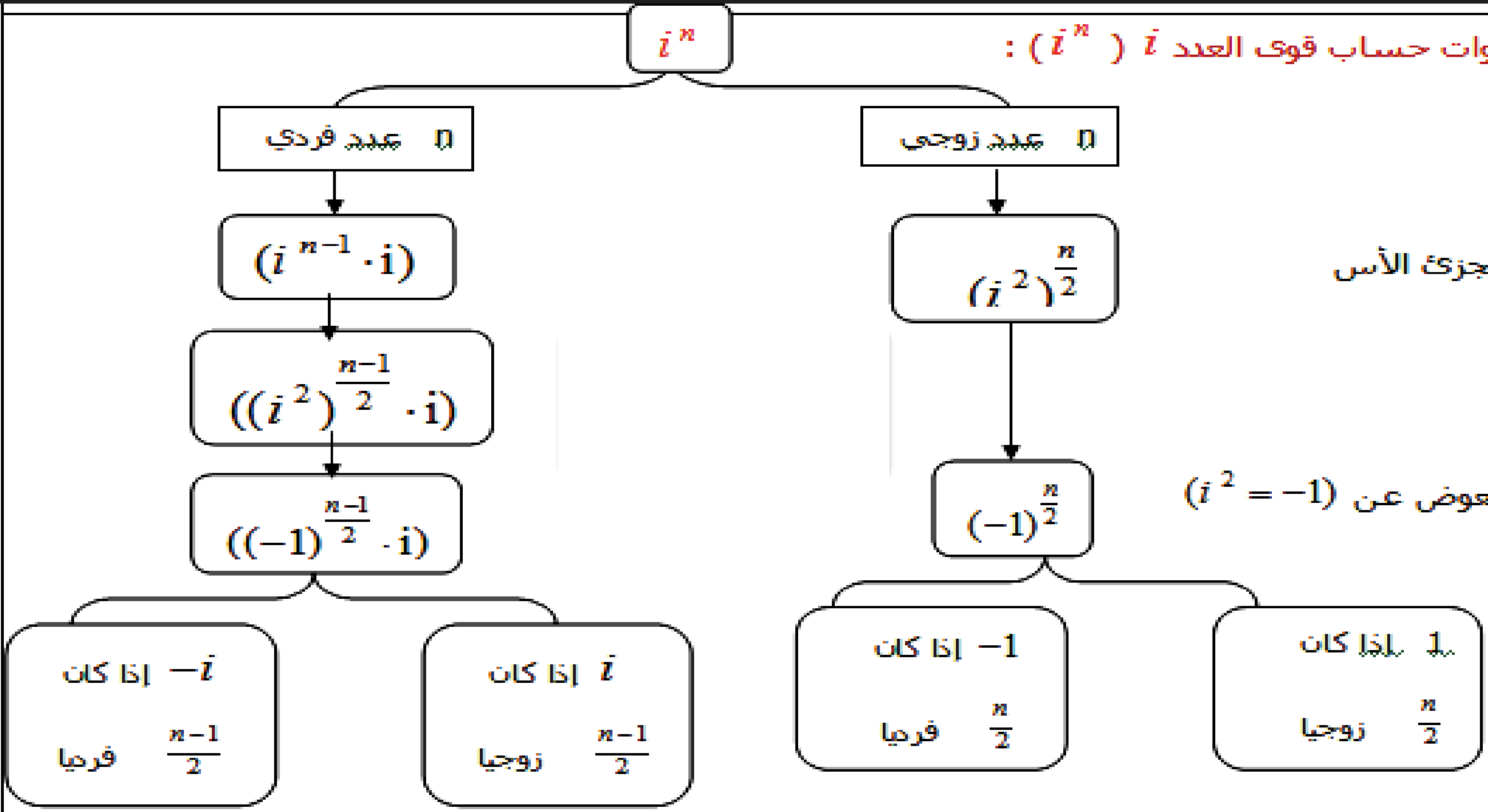
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

الفصل الثالث
كثيرات الحدود و
دوالها

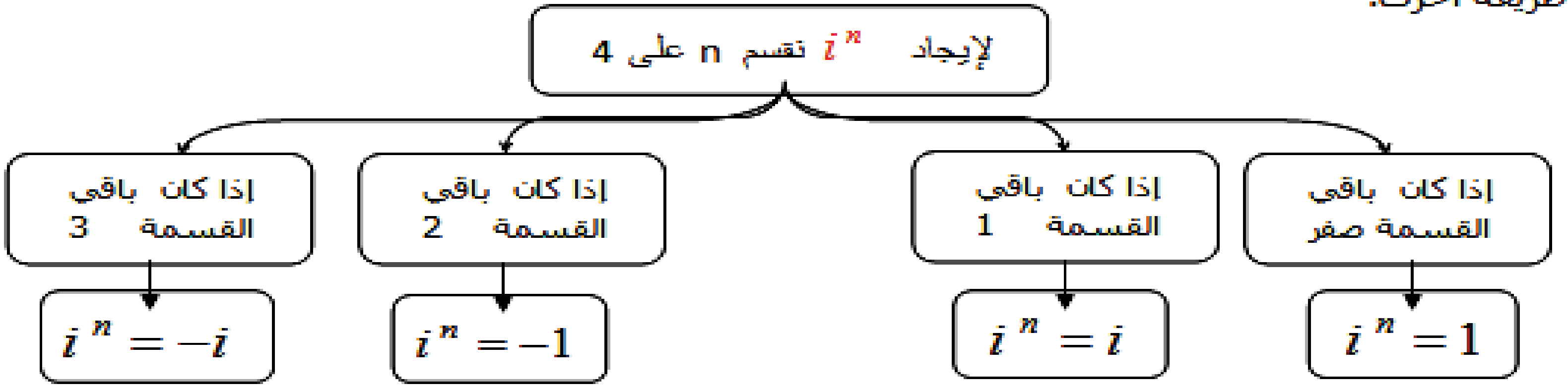
خطوات حساب قوى العدد i (i^n) :

١) نجزئ الأس

٢) نعوض عن $(i^2 = -1)$



طريقة اخرى:



الأعداد المركبة

العمليات على الأعداد التخيلية البحتة

$\sqrt{-1} = i$ ، $\sqrt{-a} = \sqrt{a}\, i$

نضرب المتشابة

$a\,i \cdot b\,i = a\,b \cdot i^2 = -a\,b$

مثل :

$3i \cdot 4i = 12 \cdot i^2 = -12$

$\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{a}\, i \cdot \sqrt{b}\, i$

$= \sqrt{ab} \cdot i^2 = -\sqrt{ab}$

مثل :

$\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15} = \sqrt{6}\, i \cdot \sqrt{15}\, i$

$= \sqrt{6 \times 15} \cdot i^2 = -3\sqrt{10}$

العمليات على الأعداد المركبة

الجمع نجمع حقيقي مع حقيقي و تخيلي مع تخيلي و كذلك الطرح بالمثل

مثل :

$(-2+5i)+(1-7i)$

$=(-2+1)+(5-7)i$

$=-1-2i$

الضرب توزيع و فك أقواس عند ظهور i^2

نعوض عنها بـ -1 ثم نجمع حقيقي مع حقيقي و تخيلي مع تخيلي

مثل :

$(-2+5i)\cdot(1-7i)$

$=(-2\times 1)+(-2\times -7i)+(5i\times 1)+(5i\times -7i)$

$=-2+14i+5i-35i^2 \quad , i^2=-1$

$=-2+14i+5i+35$

$=33+19i$

القسمة

1- نضرب في مرافق المقام

2- في البسط ضرب عددين مركبين فك أقواس و في المقام

$(a+bi)\cdot(a-bi) = a^2+b^2$

3- نبسط ثم نجمع حقيقي مع حقيقي و تخيلي مع تخيلي

4- نكتب الناتج على الصورة

$a+bi$

$\frac{3+4i}{2-3i}\cdot\frac{2+3i}{2+3i}$

$=\frac{(3+4i)(2+3i)}{2^2+3^2}$

$=\frac{(3\times 2)+(3\times 3i)+(4i\times 2)+(4i\times 3i)}{4+9}$

$=\frac{6+9i+8i+12i^2}{13} \quad , i^2=-1$

$=\frac{6+9i+8i-12}{13}$

$=\frac{-6}{13}+\frac{17}{13}i$

القانون العام و المميز

لحل المعادلة التربيعية

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

بالقانون العام لابد أن تكون في الصورة القياسية

a = معامل x^2 و b = معامل x

c = الحد الثابت

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال : باستعمال القانون العام

حل المعادلة: $x^2 - 6x = -10$

$$x^2 - 6x + 10 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 2i}{2}$$

$$= 3 \pm i$$

لتحديد عدد جذور معادلة تربيعية نوجد المميز

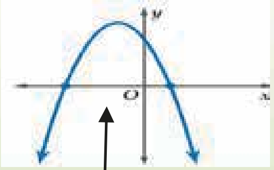
$$b^2 - 4ac$$

$b^2 - 4ac > 0$ موجب

للمعادلة جذران حقيقيان

نسبيان إذا كان المميز مربعا كاملا

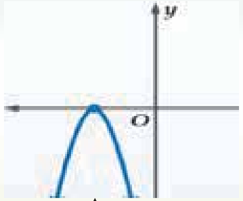
غير نسبيان إذا كان المميز ليس مربعا كاملا



يقطع محور في نقطتين

$b^2 - 4ac = 0$

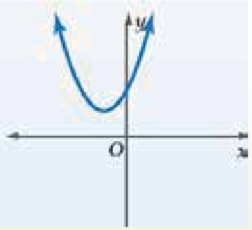
للمعادلة جذر حقيقي مكرر مرتين



يمس محور في نقطة واحدة

$b^2 - 4ac < 0$ سالب

للمعادلة جذران مركبان مترافقان



لا يقطع محور

العمليات على كثيرات الحدود

تبسيط عبارات تتضمن وحيدة حد و ضربها و قسمتها

1) عملية ضرب و الأساس نفسه نجمع الأسس

$$(2x^{-3}y^{3})(-7x^{5}y^{6}) = (2\times-7)x^{-3+5}y^{3+6} -14x^{2}y^{9}$$

2) عملية قسمة والأساس نفسه نطرح الأسس

$$\frac{15c^{5}d^{7}}{3c^{2}d^{3}} = \frac{15}{3}c^{5-2}d^{7-3} = 5c^{3}d^{4}$$

3) قوى مرفوعة لقوى نضرب القوتين

$$(x^{2})^{3} = x^{2\times3} = x^{6}$$

4) قوة ناتج الضرب أو القسمة نوزع الأس

$$(-2x^{3}y^{2})^{5} = (-2)^{5}x^{3\times5}y^{2\times5} = -32x^{15}y^{10}$$

5) الأس السالب نتخلص منه بإيجاد المقلوب

$$\frac{1}{b^{-7}} = b^{7}$$

كثيرة الحدود لاتدخل المتغير تحت جذر و لا في المقام

أي أن جميع الأسس أعداد صحيحة موجبة

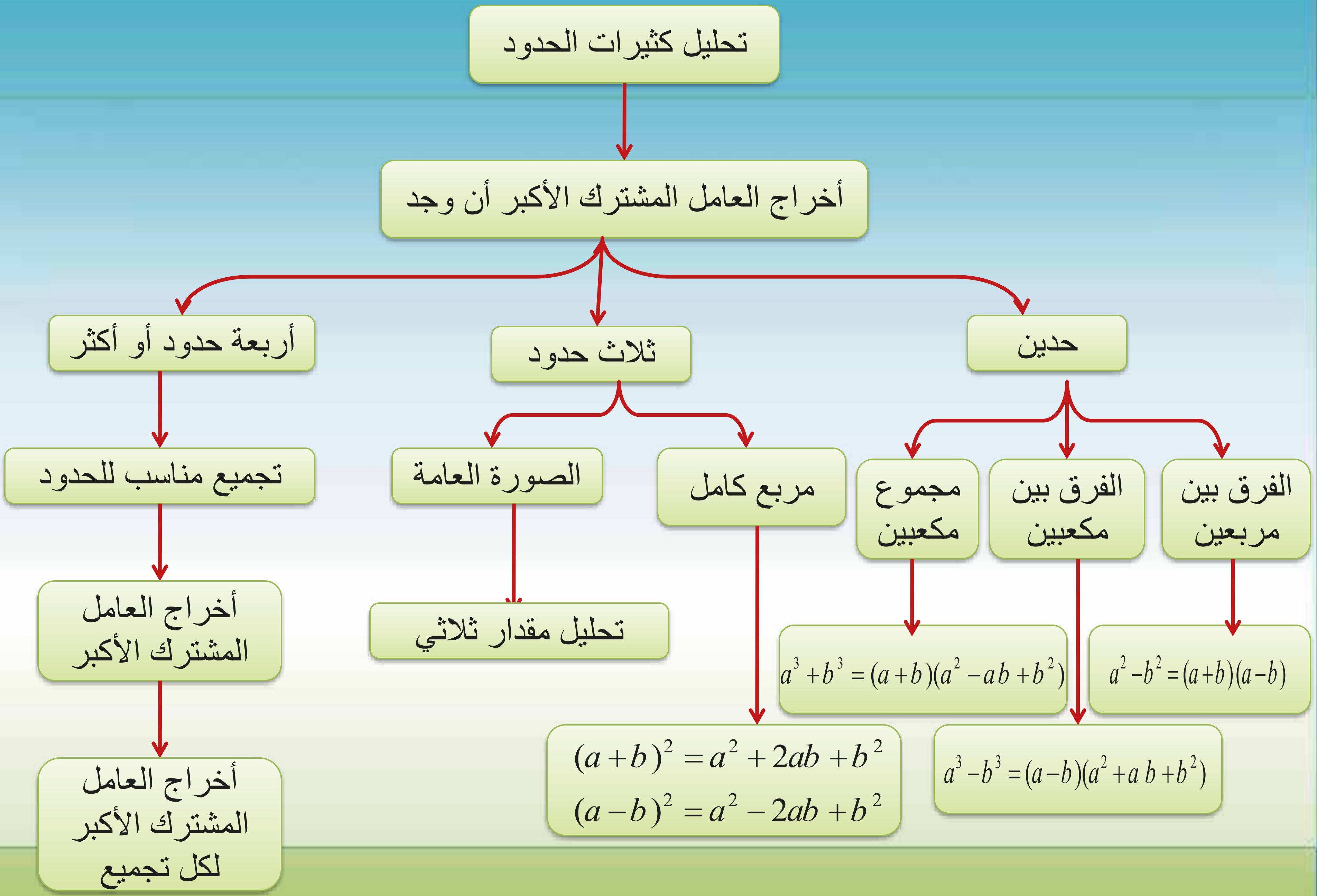
جمع كثيرات الحدود و طرحها و ضربها

- في الجمع نجمع الحدود المتشابهة
- في الطرح نطرح الحدود المتشابهة
- في الضرب نفك الأقواس فنضرب المعاملات و نجمع أسس المتغيرات

مثال

$$(4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1)$$
$$= 4x^2 - 5x + 6 - 2x^2 - 3x + 1$$
$$= (4x^2 - 2x^2) + (-5x - 3x) + (6 + 1)$$
$$= 2x^2 - 8x + 7$$

$$3x(2x^2 - 4x + 6) = 3x(2x^2) + 3x(-4x) + 3x(6)$$
$$= 6x^3 - 12x^2 + 18x$$


تحليل كثيرات الحدود
أخراج العامل المشترك الأكبر أن وجد
أربعة حدود أو أكثر
ثلاث حدود
حدين
تجميع مناسب للحدود
الصورة العامة
مربع كامل
مجموعة مكعبين
الفرق بين مكعبين
الفرق بين مربعين
أخراج العامل المشترك الأكبر
تحليل مقدار ثلاثي
$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
أخراج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

نظريتا الباقي و العوامل

إيجاد قيمة دالة باستعمال التعويض التركيبي

باستخدام القسمة التركيبية قيمة دالة عند عدد r تساوي باقي قسمة الدالة على $(x-r)$

نكتب معاملات $f(x)$ مع مراعاة ترتيب القوى و حفظ الخانة بالصفر في حالة عدم وجود الأس التالي و نضع العدد المطلوب حساب قيمة الدالة عنده في الصندوق r و بإجراء القسمة يكون باقي القسمة $= f(r)$

مثال :

إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$ ، فأوجد $f(4)$ باستعمال التعويض التركيبي.

الحل :

4	3	−2	0	5	2
		12	40	160	660
	3	10	40	165	662

$f(4) = 662$

استعمال التعويض التركيبي لتحديد ما إذا كانت ثنائية حد عاملا من عوامل كثيرة حدود

١) نحدد ماإذا كان $(x-r)$ عاملا بإجراء عملية القسمة و لابد أن يكون باقي القسمة يساوي صفر.

٢) لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوة السابقة .

حدّد ما إذا كان $x - 5$ عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $P(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى:

الحل:

١) يكون $(x-5)$ عاملا إذا كان $P(5) = 0$.

5	1	−7	7	15
		5	−10	−15
	1	−2	−3	0

٢) لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوة السابقة .

ناتج القسمة $= x^2 - 2x - 3$

$= (x+1)(x-3)$

٣) عوامل كثيرة الحدود هي : $(x-5), (x+1), (x-3)$

الجذور و الأصفار

تحديد عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود و أنواعها

1) عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود يساوي درجتها أي أكبر أس فيها .
2) لإيجاد الجذور نساوي الدالة بالصفر ثم نحل المعادلة حسب نوعها

مثال

حُلَّ كل معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

$x^3 + 25x = 0$

الحل:

بما انها من الدرجة الثالثة فلها ثلاثة جذور

$x^3+25x=0$

$x(x^2+25)=0$

$x=0$ أو $x^2+25=0$

$x^2=-25$

$x=\pm\sqrt{-25}=\pm 5i$

تحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة و السالبة و التخيلية لكثيرة الحدود

1) عدد الأصفار = n (درجة كثيرة الحدود)
2) لتحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة نحدد عدد مرات تغير اشارة $f(x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0
3)) لتحديد عدد الأصفار الحقيقية السالبة نوجد $f(-x)$ و ذلك بعكس إشارة معاملات الحدود فردية الدرجة ثم نحدد عدد مرات تغير اشارة $f(-x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0
4) لتحديد عدد الأصفار التخيلية نعمل جدول نوجد فيه كل الاحتمالات الممكنة لعدد الأصفار الحقيقية ثم نطرح مجموع عدد الأصفار الحقيقة من n (درجة كثيرة لحدود)

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة

$f(x)=x^6+3x^5-4x^4-6x^3+x^2-8x+5$.

الحل: ١) عدد الأصفار = 6

٢) تغيرت إشارة $f(x)$ 4 مرات

$f(x)= x^6 + 3x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 8x + 5$

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة = 4 , 2 , 0

٣) تغيرت إشارة $f(-x)$ مرتين

$f(-x)= x^6 - 3x^5 - 4x^4 + 6x^3 + x^2 + 8x + 5$

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة = 2 , 0

٤) نوجد الأصفار التخيلية كما في الجدول

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة	عدد الأصفار الحقيقية السالبة	عدد الأصفار التخيلية
4	2	$6-6=0$
	0	$6-4=2$
2	2	$6-4=2$
	0	$6-2=4$
0	2	$6-2=4$
	0	$6-0=6$

كتابة كثيرة حدود بأقل درجة بمعرفة أصفارها

1) من السؤال معطاه جذور أو أصفار كثيرة الحدود لكل جذر نوجد العامل حيث الجذر $x-$ = العامل

جذر $r \Rightarrow (x-r)$ عامل

2) إذا كان أحد جذور كثيرة الحدود عدد مركب فإن مرافقه أيضا جذر لها

جذر $a+ib \Rightarrow (x-(a+ib))$ عامل

جذر أيضا $a-ib \Rightarrow (x-(a+ib))$ عامل

3) نضرب العوامل لإيجاد كثيرة الحدود .

مثال: اكتبي عوامل كثيرة الحدود التي جذورها

العوامل هي:

$(x+1),(x-(5-i)),(x-(5+i))$

الفصل الرابع
العلاقات و الدوال
العكسية
و
الجذرية

العمليات على الدوال

جمع الدوال و طرحها

$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$

$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$

نجمع و نطرح الحدود المتشابهة

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين

ضرب الدوال و قسمتها

$(f \cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}, g(x)\neq 0$

الضرب فك أقواس و توزيع

المجال تقاطع المجالين

القسمة قسمة كثيرات حدود

و المجال تقاطع المجالين مع استبعاد أصفار المقام

تركيب دالتين

$f \circ g(x)=f[g(x)]$

أزواج مرتبة

مثال

$f(x)=\{(6,1),(2,7)\}$

$g(x)=\{(5,6),(3,2)\}$

$f \circ g(x)=f[g(x)]$

$=\{(5,1),(3,7)\}$

قاعدة معطاه

مثال

$f(x)=3x$

$g(x)=x+1$

$f \circ g(x)=f[g(x)]$

$=f(x+1)$

$=3x+3$

العلاقة العكسية

لإيجاد العلاقة العكسي نبدل إحداثيات الأزواج المرتبة

$$(a,b) \to (b,a)$$

مثال

$$f(x) = \{(1,2),(3,-1)\}$$

$$f^{-1}(x) = \{(2,1),(-1,3)\}$$

الدالة العكسية

لإيجاد الدالة العكسية نتبع الخطوات التالية

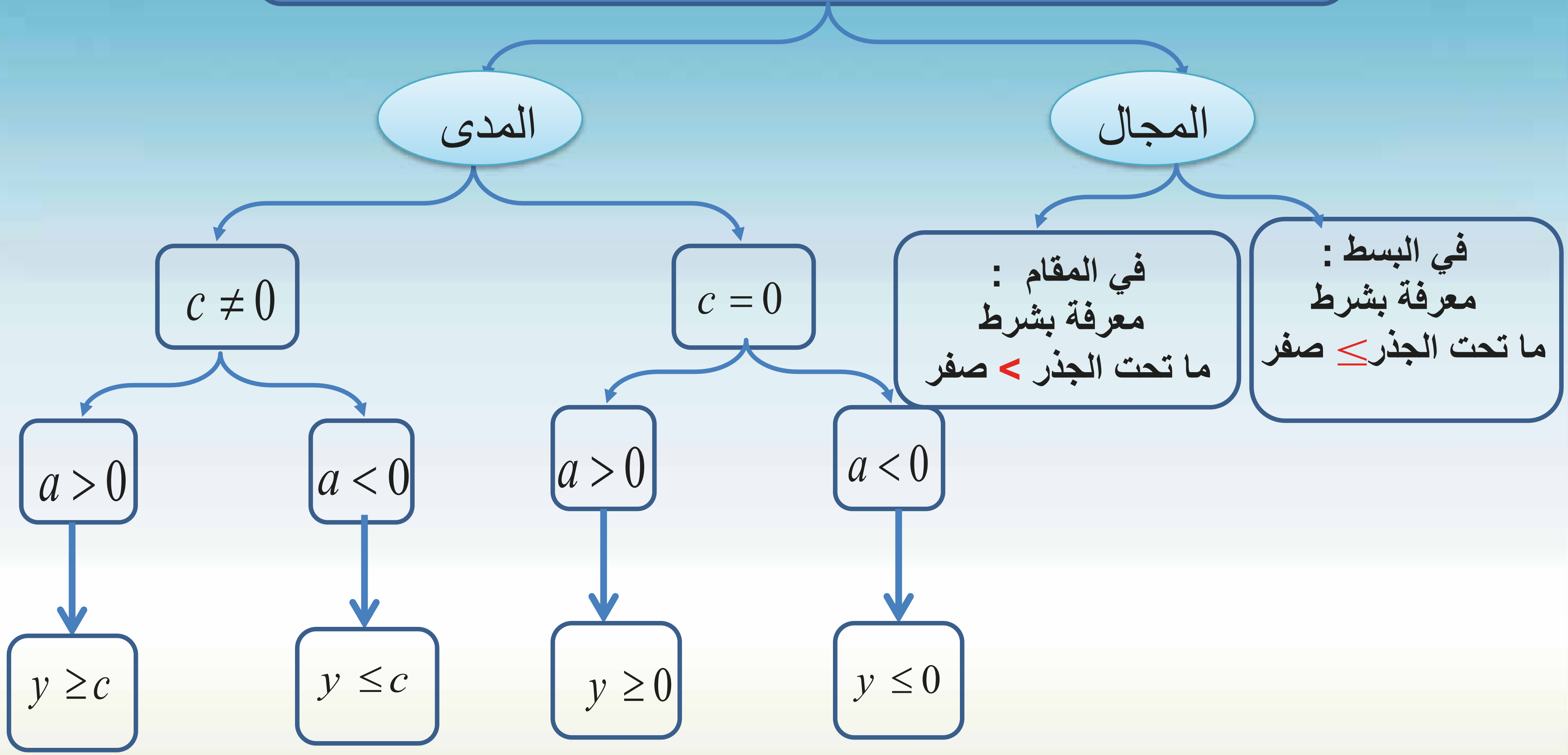
1) نضع $f(x) = y$

2) نبدل بين كل من x و y

3) نحل المعادلة بالنسبة لـ y

4) نضع $y = f^{-1}(x)$ إذا كانت العلاقة دالة

تحديد مجال ومدى دالة الجذر التربيعي $f(x)=a\sqrt{mx+b}+c$



تمثيل دالة الجذر التربيعي

1) نحدد مجال الدالة بشرط ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي الصفر

2) نكون جدول بفرض قيم تبدأ بصفر الجذر ثم قيم أكبر منه

3) نعوض في الدالة المطلوب تمثيلها لإيجاد قيم y
ثم نرسم النقاط في المستوى

تمثيل متباينة الجذر التربيعي

1) نكتب المعادلة المرتبطة بالمتباينة المعطاه

2) نمثل دالة الجذر التربيعي بالخطوات المستخدمة عند تمثيل الدالة الجذرية

3) نرسم الدالة متصلة إذا وجدت علامة المساواة في المتباينة و متقطعة إذا لم يوجد علامة تساوي فيها

4) نختبر منطقة الحل أو نظلل حسب إشارة المتباينة إذا كانت أكبر نظلل أعلى المنحنى و إذا كانت أصغر نظلل أسفل المنحنى

إرشادات للدراسة

دليل الجذر

إذا كان n عددًا فرديًا فهناك فقط جذر حقيقي واحد، وبناءً على ذلك، فلا يوجد هناك جذر رئيس، ولا يوجد حاجة إلى استعمال رمز القيمة المطلقة. أما إذا كان n عددًا زوجيًا فإن

$$\sqrt[n]{x^n} = |x|$$

الجذر النوني

$$a^n = b \Leftrightarrow a = \sqrt[n]{b}$$

رمز الجذر

الدليل

$$\sqrt[n]{81}$$

ما تحت الجذر

الجذر النوني الحقيقي

$a < 0$	$a = 0$	$a > 0$
$\sqrt[n]{a}$	$\sqrt[n]{0} = 0$	$\sqrt[n]{a}$

n عدد زوجي	n عدد زوجي
$\varnothing$	$\pm\sqrt[4]{16} = \pm 2$
n عدد فردي	n عدد فردي
$\sqrt[3]{-8} = -2$	$\sqrt[3]{8} = 2$

تبسيط الجذور

1) حلل العدد إلى عوامله الأولية.
2) اكتب العدد على صورة آسية.
3) اقسم الأس على دليل الجذر.

إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًّا وأسّ ما تحت الجذر عددًا زوجيًّا، وكان أسّ الناتج عددًا فرديًّا، يجب أن تجد القيمة المطلقة للناتج لتتأكد من أن الجواب ليس سالبًا.

الأسس النسبية

1) التحويل من الصورة الجذرية إلى الأسية و العكس $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$ ،

2) $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = (\sqrt[y]{b})^x$ ،

3) نبسط الأسس النسبية باستخدام قوانين الأسس السابق لنا دراستها ولا بد لنصل لأبسط صورة أن يكون الأس في المقام عددا صحيحا و أن تكون الأسس موجبة و دليل الجذر أصغر مايمكن

العمليات على العبارات الجبرية

1) ضرب الجذور $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

2) قسمة الجذور $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

3) إنطاق المقام

إذا كان المقام	فاضرب البسط والمقام في
$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$
$\sqrt[n]{b^x}$	$\sqrt[n]{b^{n-x}}$

4) جمع العبارات الجذرية و طرحها

نبسط الجذور ثم نجمع أو نطرح معاملات الجذور المتشابهة

حل معادلات الجذر التربيعي

1) نجعل الجذر في طرف وحده

2) نرفع طرفي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر للتخلص من الجذر

3) نحل معادلة كثيرة الحدود الناتجة ثم نتحقق من صحة الحل

حل متباينات الجذر التربيعي

1) نحدد مجال الدالة الجذرية

2) نحل المتباينة الجذرية بنفس طريقة حل المعادلة الجذرية

3) نحل المتباينة الناتجة .

4) نحدد منطقة الحل على خط الأعداد اعتمادا على الخطوتين السابقة

خرائط مفاهيم
مقرر رياضيات 4

الفصل الأول
العلاقات و
الدوال النسبية

ضرب العبارات النسبية و قسمتها

تبسيط العبارات النسبية

1) نحلل كل من البسط و المقام
2) نختصر العوامل المشتركة
3) نبسط الناتج

ضرب العبارات النسبية

وحيدات الحدود

1) نحلل الأعداد و نختصر
2) المتغيرات في الضرب نجمع الأسس و في القسمة نطرح الأسس
3) نبسيط الناتج

كثيرات الحدود

1) نحلل كل من البسط و المقام
2) نختصر العوامل المشتركة
3) نضرب ماتبقى بعد الاختصار و نبسط الناتج

قسمة العبارات النسبية

1) نحول عملية القسمة إلى ضرب في مقلوب الكسر الثاني
2) نتبع نفس خطوات ضرب العبارات النسبية

تبسيط الكسور المركبة

هي كسوركل من بسطها و مقامها كسر

1) نكتب العبارة على صورة قسمة عبارتين
2) نحول القسمة إلى ضرب في مقلوب العبارة الثانية
3) نحلل و نختصر العوامل المشركة
4) نبسط الناتج

جمع العبارات النسبية و طرحها

إيجاد LCM

1) نحلل كل من الأعداد أو كثيرات الحدود

2) نضرب جميع العوامل وإذا كانت مشتركة ذات الأس الأكبر

ضرب العبارات النسبية

وحيدات الحدود

1) نوجد LCM للمقامات

2) نضرب البسط و المقام للكسور بالأعداد أو المتغيرات الناقصة لتوحيد المقامات باستعمال LCM

3) نكتب المقام المشترك ثم نجمع أو نطرح البسوط

4) نبسط الناتج

كثيرات الحدود

1) نحلل كل من البسط و المقام

2) نوجد LCM للمقامات

3) نضرب البسط و المقام للكسور بالأعداد أو المتغيرات الناقصة لتوحيد المقامات باستعمال LCM

4) نكتب المقام المشترك ثم نجمع أو نطرح البسوط ثم نبسط

تبسيط الكسور المركبة

يوجد طريقتين

الطريقة الأولى

1) نوحد المقام باستخدام LCM لكل من المقام للبسط وحده و المقام وحده

2) نكتب الكسر المركب كحاصل قسمة كسرين

3) نضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني

4) نبسط الناتج

الطريقة الثانية

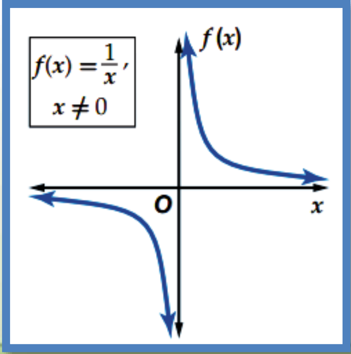
1) نوجد LCM لمقامات كل من البسط و المقام

2) نضرب كلا الكسرين في LCM المقامين

3) نفك الأقواس و نوزع

تمثيل دوال المقلوب بيانيا

$$y = \frac{a}{x-b} + c$$



تحديد المجال و المدى

لتحديد المجال نستبعد أصفار المقام

$$x - b \neq 0 \Rightarrow x \neq b$$

$$\Rightarrow D_f = R - \{b\}$$

المدي $R - \{c\}$

خطوط التقارب

خط تقارب رأسي معادلته

$$x = b$$

خط تقارب أفقي معادلته

$$y = c$$

خطوات تمثيل دالة المقلوب

نوجد القيم التي تكون عندها الدالة غير معرفة بمساواة المقام بالصفر

نضع قيمة الناتجة من الخطوة السابقة في منتصف الجدول و نختار قيم حولها

نكتب معادلة خطوط التقارب الراسية و الأفقية و نمثلها

نمثل النقاط يمين صفر المقام في الجدول ثم نصلها و نقترب من خطوط التقارب و كذلك الجهة اليسري

تمثيل الدوال النسبية بيانيا

$$f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$$

خطوط التقارب

خطوط التقارب الراسية $b(x) = 0$

- يوجد للدالة خط تقاربي أفقي واحد على الأكثر
- 1) إذا كانت درجة البسط أقل من درجة المقام تكون معادلته $y = 0$
- 2) درجة البسط أكبر من درجة المقام لا يوجد .
- 3) درجة البسط تساوي درجة المقام

$$y = \frac{a(x) \text{ المعامل الرئيس لـ}}{b(x) \text{ المعامل الرئيس لـ}}$$

تمثيل دالة نسبية لها خطوط تقارب

- نوجد القيم التي تكون عندها الدالة غير معرفة بمساواة المقام بالصفر
- نضع القيمة الناتجة من الخطوة السابقة في منتصف الجدول و نختار قيم حولها
- نوجد أصفار الدالة بمساواة البسط بالصفر و نضيفها للجدول
- نكتب معادلة خطوط التقارب الراسية و الأفقية و نمثلها
- نمثل النقاط يمين صفر المقام في الجدول ثم نصلها و نقترب من خطوط التقارب و كذلك الجهة اليسري

تمثيل دالة نسبية بها فجوات

(يوجد عوامل مشتركة بين البسط و المقام)

- نحدد المجال و تكون الفجوة عند صفر المقام
- نحلل و نختصر ثم نمثل الدالة الناتجة بعد الاختصار مع تحديد الفجوة على الرسم

دوالّ التغيُّر

التغيُّر الطردي

إذا كانت y تتغيَّر طرديًّا مع x

نجد أن $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$

التغيُّر المشترك

إذا كانت y تتغيَّر تغيُّرًا مشتركًا مع x و z ،

، نجد أن $\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2}$

التغيُّر العكسي

، y تتغير عكسيًا مع x.

نجد أنَّ

$x_1 y_1 = x_2 y_2$

التغيُّر المركَّب

إذا كانت y تتغيَّر طرديًّا مع x

و y تتغيَّر عكسيًّا مع z ،

نجد أن $\frac{y_1 z_1}{x_1} = \frac{y_2 z_2}{x_2}$

حل المعادلات النسبية

1) نوجد LCM للمقامات

2) نضرب جميع حدود المعادلة في LCM و نختصر العوامل المشتركة للتخلص من المقامات

3) نحل المعادلة الناتجة ثم نتحقق من صحة الحل بالتعويض أو باستبعاد أصفار المقام

حل المتباينات النسبية

1) نوجد القيم المستثناة بمساواة المقام بالصفر

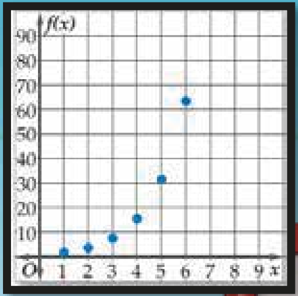
2) نكتب المعادلة المرتبطة بالمتباينة المعطاة في السؤال

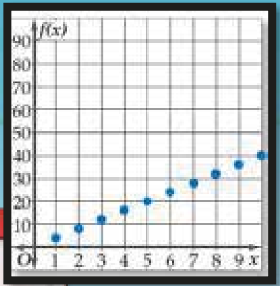
3) نحل المعادلة بنفس الخطوات السابقة في حل المعادلات النسبية

4) نتحقق برسم خط الأعداد و نحدد عليه الحلول و القيم المستثناة ثم نختار قيم داخل بينها و نعوض في المتباينة في كل فترة لتحديد الفترات التي تحقق أعدادها المتباينة

الفصل الثاني
المتتابعات
و المتسلسلات

المتتابعات الحسابية و الهندسية





a_1 = الحد الأول

a_n = الحد الأخير

الحسابية

تمثل بخط مسقيم

الفرق بين كل حدين متتاليين مقدار ثابت

الفرق العام = الأساس = d

نوجد أي حد بإضافة d للحد السابق

الحد النوني $a_n = a_1 + (n-1)d$

الأوساط الحسابية

يمكن إيجاد الأساس

$$d = \frac{a_n - a_1}{\text{عدد الأوساط} + 1}$$

الهندسية

تمثل بدالة أسية

النسبة بين كل حين متتاليين مقار ثابت

النسبة الثابتة = الأساس = r

نوجد أي حد بضرب r في الحدالسابق

الحد النوني $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

الأوساط الهندسية

يمكن إيجاد الأساساس

$$r^{n-1} = \frac{a_n}{a_1}$$

عدد الحدود= n

n = عدد الأوساط+ 2

المتسلسلات الحسابية و الهندسية

الحد الأول = a_1

الحد الأخير = a_n

الحسابية المنتهية

مجموع متابعة حسابية منتهية

الصيغة العامة $S_n = \frac{n}{2}[a_n + a_1]$

الصيغة البديلة $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)\ d]$

الهندسية

مجموع متتابعة هندسية

منتهية

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, r \neq 1$$

غير منتهية

$|r| \geq 1$ متباعدة و ليس لها مجموع

$|r| < 1$ متقاربة و لها مجموع

المجموع $S = \frac{a_1}{1-r}$

كتابة المتسلسلات برمز المجموع

$$\sum_{k=a}^{b} f(k)$$

آخر قيمة لـ k ← b

أول قيمة لـ k ← $k = a$

لإيجاد المجموع

$$n = b - a + 1$$

$$a_1 = f(\text{a}), a_n = f(b)$$

ثم نعوض في قانون المجموع

مثلث باسكال

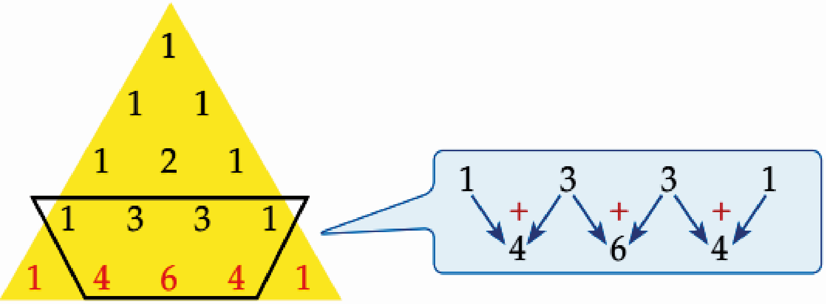
$(a+b)^0$

$(a+b)^1$

$(a+b)^2$

$(a+b)^3$

$(a+b)^4$



نظرية ذات الحدين

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \dots + {}_nC_n\, a^0 b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k\, a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} b^k$$

$(a-b)^n$، فاكتبها بالشكل $(a+(-b))^n$،

إيجاد قيمة حد معين في المفكوك

$$t_{k+1} = {}_nC_k\, a^{n-k} b^k$$

أي حد = ${}_nC_k$. (الحد الأول)$^{n-k}$ (الحد الثاني)^{k}

k = رقم الحد - 1

الفصل الثالث
الاحتمالات

مبدأ العد

طرق تمثيل فضاء العينة

القائمة المنظمة

اقرن كل ناتج ممكن من الرمية الأولى بكل النواتج الممكنة من الرمية الثانية.

L , L   T , L

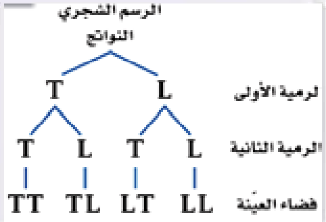
L , T   T , T

الجدول

دوّن النواتج الممكنة للرمية الأولى في العمود الأيمن، والنواتج الممكنة للرمية الثانية في الصف العلوي.

النواتج	شعار (L)	كتابة (T)
شعار (L)	L, L	L, T
كتابة (T)	T, L	T, T

الرسم الشجري



مبدأ العد

مبدأ الضرب

إذا كان هنالك n من الطرق لفعل شئ و m من الطرق لفعل شئ آخر فإن عدد طرق فعلهما معا

$n \times m$

مبدأ الجمع

إذا كان عدد طرق فعل شئ n و عدد طرق فعل شئ آخر m فإن عدد نواتج إجراء أحدهما يساوي

$n + m$

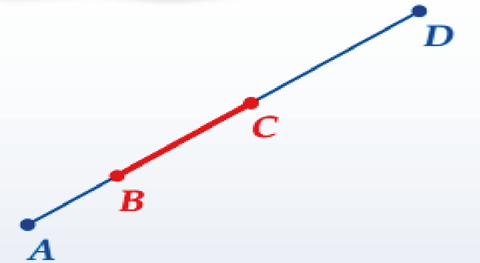
الاحتمال باستعمال التوافيق و التباديل ((لا يسمح بالتكرار))

- **الترتيب مهم**
  تباديل
  - **تباديل خطية**
    - تباديل n من العناصر ماخوذة كلها: $n!$
    - تباديل n من العناصر ماخوذ منها r من العناصر: $_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$
    - تباديل مع التكرار: $\frac{n!}{r_1!\; r_2!........r_k!}$
  - **تباديل دائرية**
    - بمرجع: $n!$
    - بدون مرجع: $(n-1)!$
- **الترتيب غير مهم**
  توافيق
  - $_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
  - $_nC_r = \frac{_nP_r}{r!}$

طريقة آخرى لحساب التباديل : حاصل ضرب r من العناصر المتتالية أولها n

$$_nP_r = n(n-1)(n-2)........(n-r+1)$$

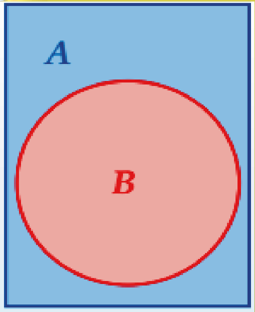
الاحتمال الهندسي
Geometric Probability



إذا اختيرت النقطة E عشوائيًا على $\overline{AD}$، فإن:

$$P(E \in \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$$

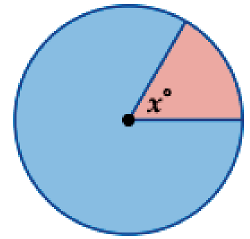
الاحتمال والأطوال



إذا احتوت المنطقة A منطقة أخرى B و اختيرت نقطة Eعشوائيا في المنطقة A فإن احتمال و قوعها في B

$$P(B \text{ وقوع النقطة } E \text{ في الدائرة }) = \frac{B \text{ مساحة الدائرة}}{A \text{ مساحة المستطيل}}$$

الاحتمال و المساحة



إذا اختيرت نقطة عشوائي داخل الدائرة

فإن احتمال وقوعها داخل القطاع يساوي $\frac{x}{360}$

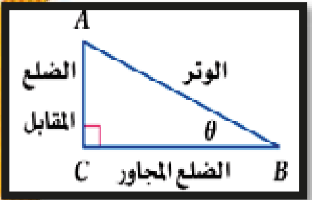
استعمال قياس الزوايا لإيجاد الاحتمال الهندسي

احتمالات الحوادث

- **احتمال وقوع الحادثتين معا** $P(A\cap B)$ — الرابط (و)
  - **مستقلة**: وقوع أحدهما لايؤثر في وقوع الآخرى
    - $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$
  - **غير مستقلة**: وقوع أحدهما يؤثر في وقوع الآخرى
    - $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B\backslash A)$
    - الاحتمال المشروط: $P(A\backslash B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$
- **احتمال عدم وقوع الحادثة** $P(A')$
  - $P(A')=1-P(A)$
- **احتمال وقوع أحد الحادثتين** $P(A\cup B)$ — الرابط (أو)
  - **متنافية**: وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخرى
    - $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
  - **غير متنافية**: وقوع أحدهما لايمنع وقوع الآخرلا
    - $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

الفصل الرابع
حساب
المثلثات

الدوال المثلثية في مثلث قائم الزاوية

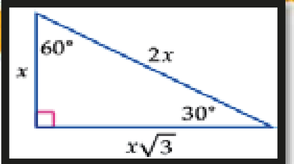


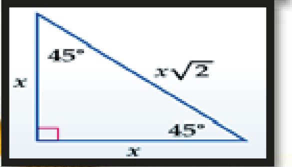
$\sin\theta$ (جيب θ) $= \dfrac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ | $\csc\theta$ (قاطع تمام θ) $= \dfrac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$

$\cos\theta$ (جيب تمام θ) $= \dfrac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ | $\sec\theta$ (قاطع θ) $= \dfrac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$

$\tan\theta$ (ظل θ) $= \dfrac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ | $\cot\theta$ (ظل تمام θ) $= \dfrac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

بعض قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة





نستنتج من المثلّث الذي قياسات زواياه °90—°60—°30 أن:

$\sin 30° = \frac{1}{2}$ $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60° = \frac{1}{2}$ $\tan 60° = \sqrt{3}$

نستنتج من المثلّث الذي قياسات زواياه °90—°45—°45 أن:

$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan 45° = 1$

معكوس الدوال المثلثية

إذا كانت $\angle A$ زاوية حادّة وجيبها يساوي x، فإن: **معكوس جيب** x هو قياس $\angle A$.

إذا كان $\sin A = x$، فإن: $\sin^{-1} x = m\angle A$.

إذا كانت $\angle A$ زاوية حادّة وجيب التمام لها يساوي x، فإن: **معكوس جيب تمام** x هو قياس $\angle A$.

إذا كان $\cos A = x$، فإن: $\cos^{-1} x = m\angle A$.

إيجاد قيم الدوال المثلثية للزوايا الحادة

θ زاوية في مثلث قائم الزاوية

$\sin\theta$ (جيب θ) $= \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\cos\theta$ (جيب تمام θ) $= \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\tan\theta$ (ظل θ) $= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

θ زاوية في الوضع القياسي $p(x,y)$ نقطة على ضلع الإنتهاء لها

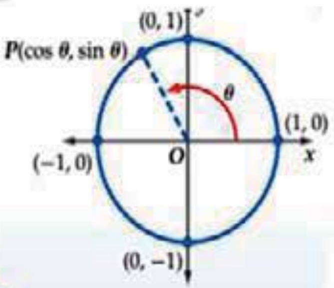
$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r} \qquad \cos\theta=\frac{x}{r}$$

$$\tan\theta=\frac{y}{x},\ x\neq 0$$

θ زاوية في الوضع القياسي يقطع ضلع الإنتهاء لها دائرة الوحدة في $p(x,y)$

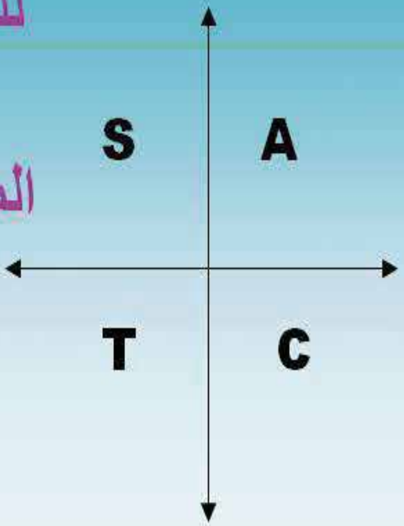
$$\cos\theta=x,\ \sin\theta=y$$



الزوايا المرجعية.

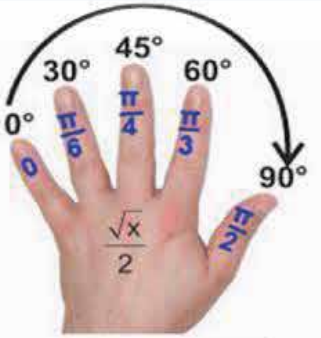
sin is + cos is - tan is - $\theta' = 180^\circ - \theta$ $\theta' = \pi - \theta$	All $\theta' = \theta$
sin is - cos is - tan is + $\theta' = \theta - 180^\circ$ $\theta' = \theta - \pi$	sin is - cos is + tan is - $\theta' = 360^\circ - \theta$ $\theta' = 2\pi - \theta$

للمساعدة في تذكر اشارات الدوال المثلثية في الأرباع الأربعة.



قيم الدوال المثلثية لزوايا المشهورة.

قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة (المشهورة)



$$\sin\theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع قبل}}}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع بعد}}}{2}$$

$60^0=\pi/3$	$45^0=\pi/4$	$30^0=\pi/6$	الزاوية θ / الدالة
$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	$\sin\theta$
$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	$\cos\theta$
$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{3}$	$\tan\theta$

بقسمة الصفين

العشرات عدد زوجي أو صفر تقابل الزاوية 60^0

5 الآحاد تقابل الزاوية 45^0

العشرات عدد فردي تقابل الزاوية 30^0

$60^0=\pi/3$	$45^0=\pi/4$	$30^0=\pi/6$	
$120^0=2\pi/3$	$135^0=3\pi/4$	$150^0=5\pi/6$	$180^0-\theta=\pi-\theta$
$240^0=4\pi/3$ $300^0=5\pi/3$	$225^0=5\pi/4$ $315^0=7\pi/4$	$210^0=7\pi/6$ $330^0=11\pi/6$	$\pi+\theta$ $180^0+\theta=$
			$360^0-\theta=2\pi-\theta$

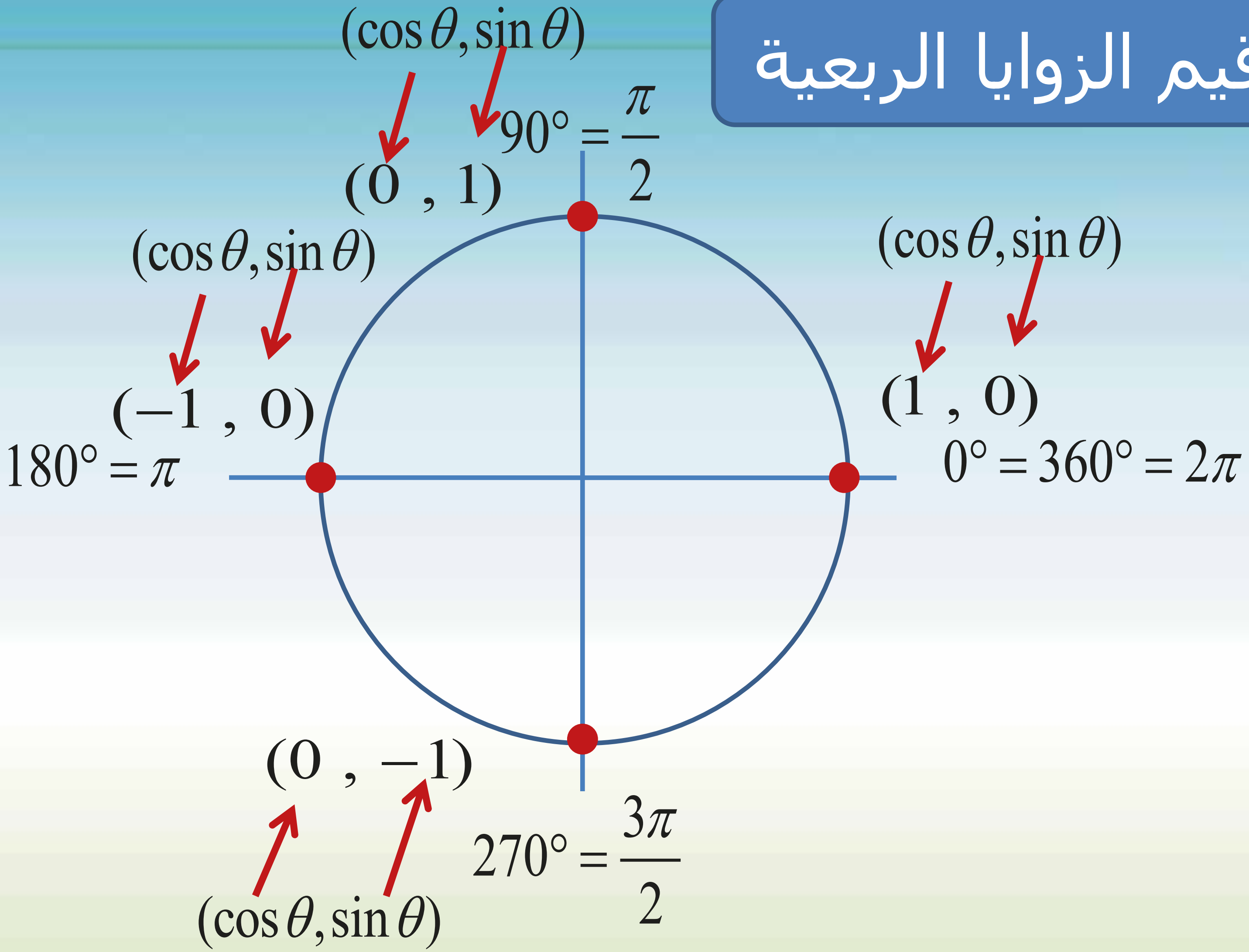
الربع الثاني

الربع الثالث

الربع الرابع

يتم تحديد قيمة الدالة من الجدول الأول مع مراعاة تحديد الإشارة حسب الربع الواقعة فيه الزاوية

قيم الزوايا الربعية



حالات حل المثلث باستخدام قانون الجيوب

معرفة قياس زاويتين و طول أي ضلع فيه
AAS - ASA

نوجد الزاوية الثالثة باستخدام مسلمة مجموع زوايا المثلث

ثم نستخدم قانون الجيوب لإيجاد الضلعين المجهولة

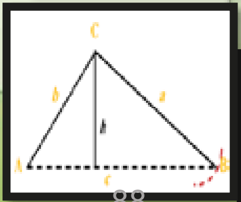
معرفة طولي ضلعين و قياس الزاوية المقابلة لأحدهما
SSA

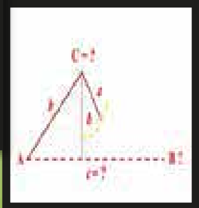
إذا كانت A زاوية منفرجة او قائمة

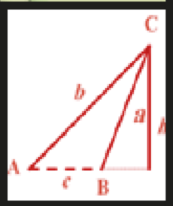
- $a \leq b$ ← لا يوجد حل
- $a > b$ ← يوجد حل واحد

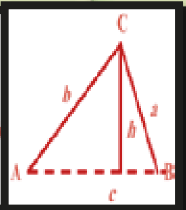
إذا كانت A زاوية حادة

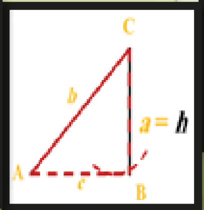
- $a \geq b$ ← يوجد حل واحد
- $a < b$:
  - $a < h$ ← لا يوجد حل
  - $a > h$ ← يوجدحلان
  - $a = h$ ← يوجد حل واحد

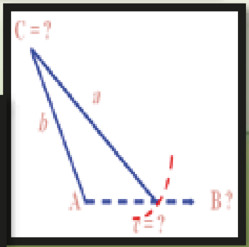


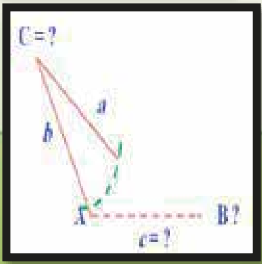












حالات حل المثلث باستخدام قانون جيوب التمام

معرفة طولا ضلعين وقياس زاوية محصور بينهما
SAS

1. نستخدم قانون جيوب التمام لإيجاد الضلع الثالث
2. ثم نستخدم قانون جيوب التمام لإيجاد إحدى الزاويتين
3. ثم نستخدم قانون مجموع زوايا المثلث لإيجاد الزاوية الثالثة

معرفة أطوال ثلاثة أضلاع
SSS

1. نحدد الزاوية الكبرى (المقابلة للضلع الأطول) ثم نستخدم قانون جيوب التمام لإيجادها
2. ثم نستخدم قانون جيوب التمام لإيجاد الزاوية الصغرى و يمكن أيضا استخدام قانون الجيوب
3. ثم نستخدم قانون مجموع زوايا المثلث لإيجاد الزاوية الثالثة

استعمال الدوال المثلثية في مثلث قائم الزاوية

زوايا الارتفاع و الانخفاض

إيجاد الأضلاع المجهولة

من المثلث المرسوم نحدد علاقة لزاوية المعطاه بالضلع المعطى و الضلع المطلوب

نستخدم الدالة المثلثية المناسبة ثم نعوض بالمعطيات

نحل التناسب لإيجاد الضلع المطلوب

إيجاد الزوايا المجهولة

من المثلث المرسوم نحدد علاقة الأضلاع المعطاة بالزاوية المطلوبة

نكتب الدالة المثلثية المناسبة ثم نعوض بالمعطيات

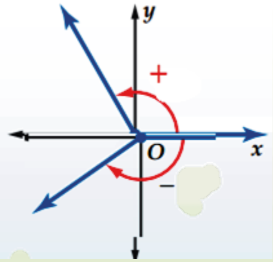
نستخدم معكوس الدالة المثلثية لإيجاد الزاوية المطلوبة

الزوايا و قياسها

قياس الزاوية

يكون قياس الزاوية موجبًا إذا دار ضلع الانتهاء عكس اتجاه عقارب الساعة،

ويكون قياس الزاوية سالبًا إذا دار ضلع الانتهاء في اتجاه عقارب الساعة.



رسم زاوية في الوضع القياسي

نضع رأسها نقطة الأصل و ضلعها الابتدائي منطبق على محور x الموجب

إذا كانت الزاوية أكبرمن $360°$ نطرح منها $360°$ و مضاعفاتها

إذا كانت الزاوية سالبة نضيف إليها $360°$ حتى تصبح موجبة

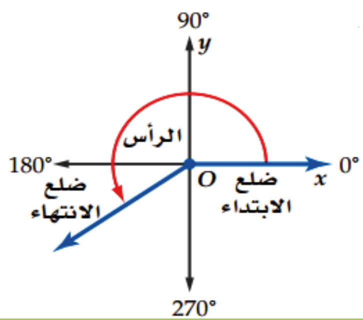
إيجاد الزوايا المشتركة في ضلع الإنتهاء

لإيجاد زاوية موجبة مشتركة في الضلع النهائي نضيف للزاوية $360°$ ومضاعفاتها

$$\theta + 360°$$

لإيجاد زاوية سالبة مشتركة في الضلع النهائي نطرح من الزاوية $360°$ ومضاعفاتها

$$\theta - 360°$$



التحويل من قياس ستيني إلى دائري

للتحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان، اضرب قياس الزاوية بالدرجات في

$$\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$$

التحويل من قياس دائري إلى ستيني

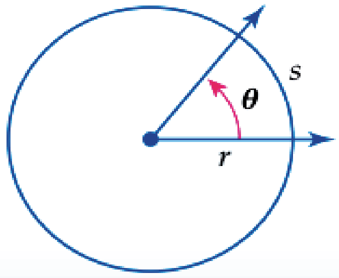
للتحويل من القياس بالراديان إلى القياس بالدرجات، اضرب قياس الزاوية بالراديان في

$$\frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$$

طول القوس

طول القوس من الدائرة (s)، المقابل لزاوية مركزية قياسها (θ) بالراديان يساوي حاصل ضرب نصف القطر r في θ.

$$s = r\theta$$



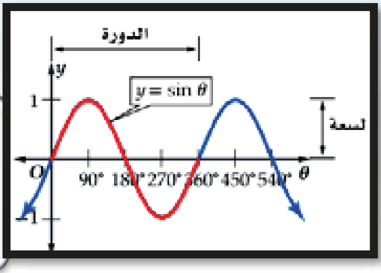
تمثيل الدوال المثلثية بيانيا

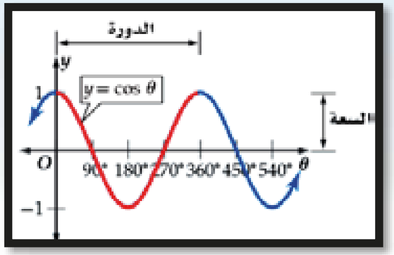
دالة الجيب و جيب التمام

$y = a \sin b\theta$, $y = a \cos b\theta$

السعة $= |a|$

طول الدورة $= \dfrac{360^\circ}{|b|}$





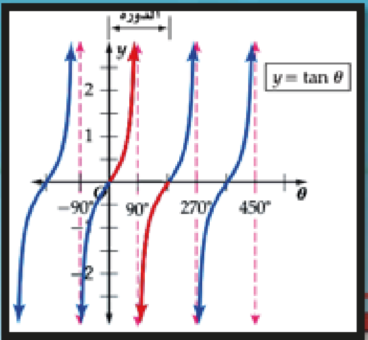
$y = a \sin b\theta$

$(0, 0), \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right) \left(\frac{360^\circ}{b}, 0\right)$

$y = a \cos b\theta$

$\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right), \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right)$

دالة الظل



$y = a \tan b\theta$

السعة لايوجد

طول الدورة $= \dfrac{180^\circ}{|b|}$

خطوط التقارب الرأسية تكون عند المضاعفات الفردية للعدد

$\left(\frac{180^\circ}{|b|} \cdot \frac{1}{2}\right)$

خرائط مفاهيم
مقرر رياضيات 5

الفصل الأول
تحليل الدوال

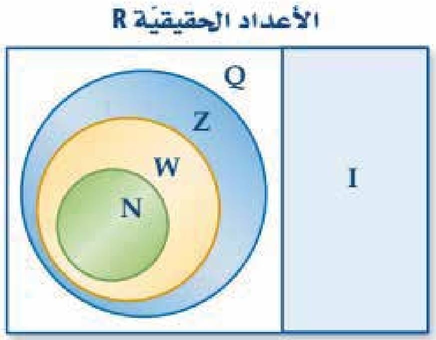
وصف المجموعات الجزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية

الخاصية المميزة

إذ تستعملُ الصفة المميزة للمجموعة خصائص الأعداد ضمن المجموعة لتعريفها. ويقرأ الرمز " | " حيث،
والرمز " ∈ " ينتمي إلى أو عنصر في .

$$\{x \mid -3 \le x \le 16, x \in Z\}$$

- الأعداد x حيث...
- x لها هذه الخصائص...
- x ينتمي إلى مجموعة الأعداد المعطاة.



الفترات الحقيقية

فترات غير محدودة		فترات محدودة	
رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة	المتباينة
$[a, \infty)$	$x \ge a$	$[a, b]$	$a \le x \le b$
$(-\infty, a]$	$x \le a$	(a, b)	$a < x < b$
(a, ∞)	$x > a$	$[a, b)$	$a \le x < b$
$(-\infty, a)$	$x < a$	$(a, b]$	$a < x \le b$
$(-\infty, \infty)$	$-\infty < x < \infty$		

الرمزان ∪ ، ∩:

يُقرأ الرمز "∪" (اتحاد)،
ويعني: جميع العناصر المنتمية إلى كلا المجموعتين.

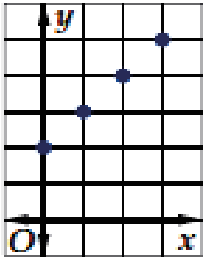
يُقرأ الرمز "∩" (تقاطع)،
ويعني: جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين.

تمثيل العلاقة

لفظيًا: جملة تصف كيفية ارتباط عناصر المجال بعناصر المدى.

مثلًا: يرتبط كل عنصر من المجال بالعنصر الذي يزيد عليه قيمةً بمقدار 2 من المدى.

بيانيًا: تحديد نقاط في المستوى الإحداثي تمثّل الأزواج المرتبة.



عدديًا: جدول من القيم أو مجموعة من الأزواج المرتبة تربط عنصرًا من المجال (قيمة x) بعنصر من المدى (قيمة y).

مثلًا: $\{(0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5)\}$

جبريًا: معادلة جبرية تربط بين الإحداثيين x, y لكل زوج من الأزواج المرتبة. مثلًا: $y = x + 2$

اختبار الدالة

من المعادلة

بحل المعادلة إذا كانت كل قيمة x تقترن قيمة واحدة فقط y (يكون أس y فردي)

من الجدول

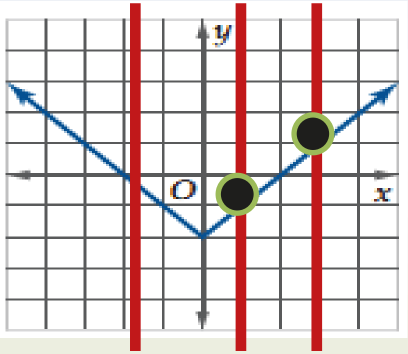
x	y
−8	−5
−5	−4
0	−3
3	−2
6	−3

دالة لايوجد تكرار في قيم x

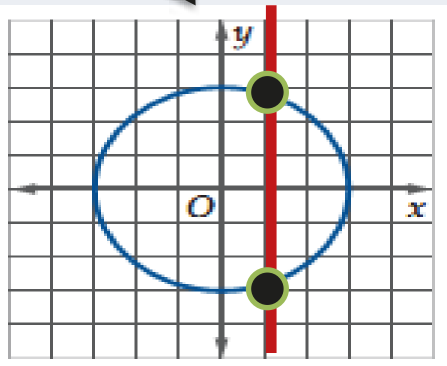
x	y
−2	−4
3	−1
3	4
5	6
7	9

علاقة وليست دالة لأن العنصر3 ارتبط بقيميتين y

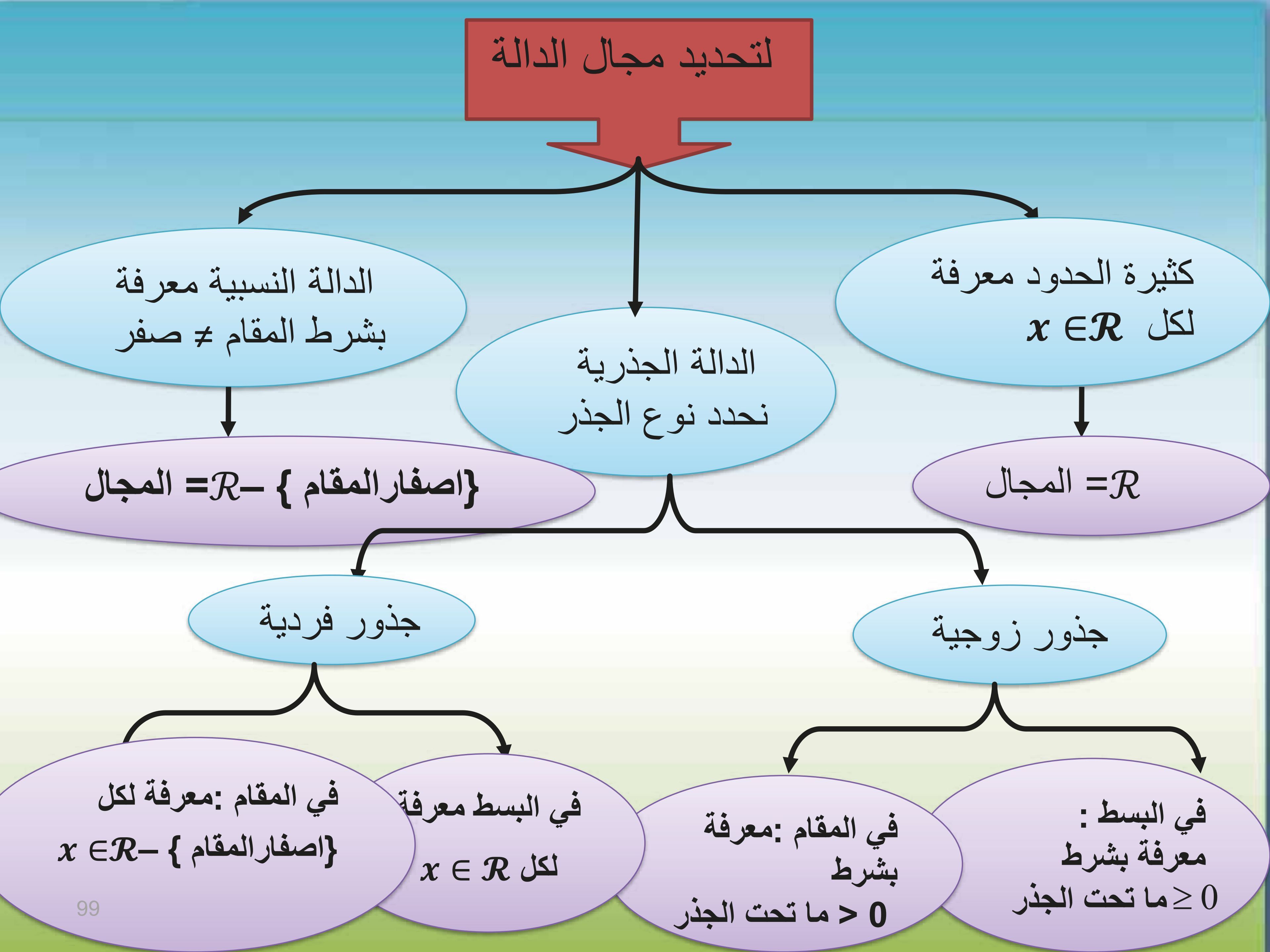
اختبار الخط الراسي



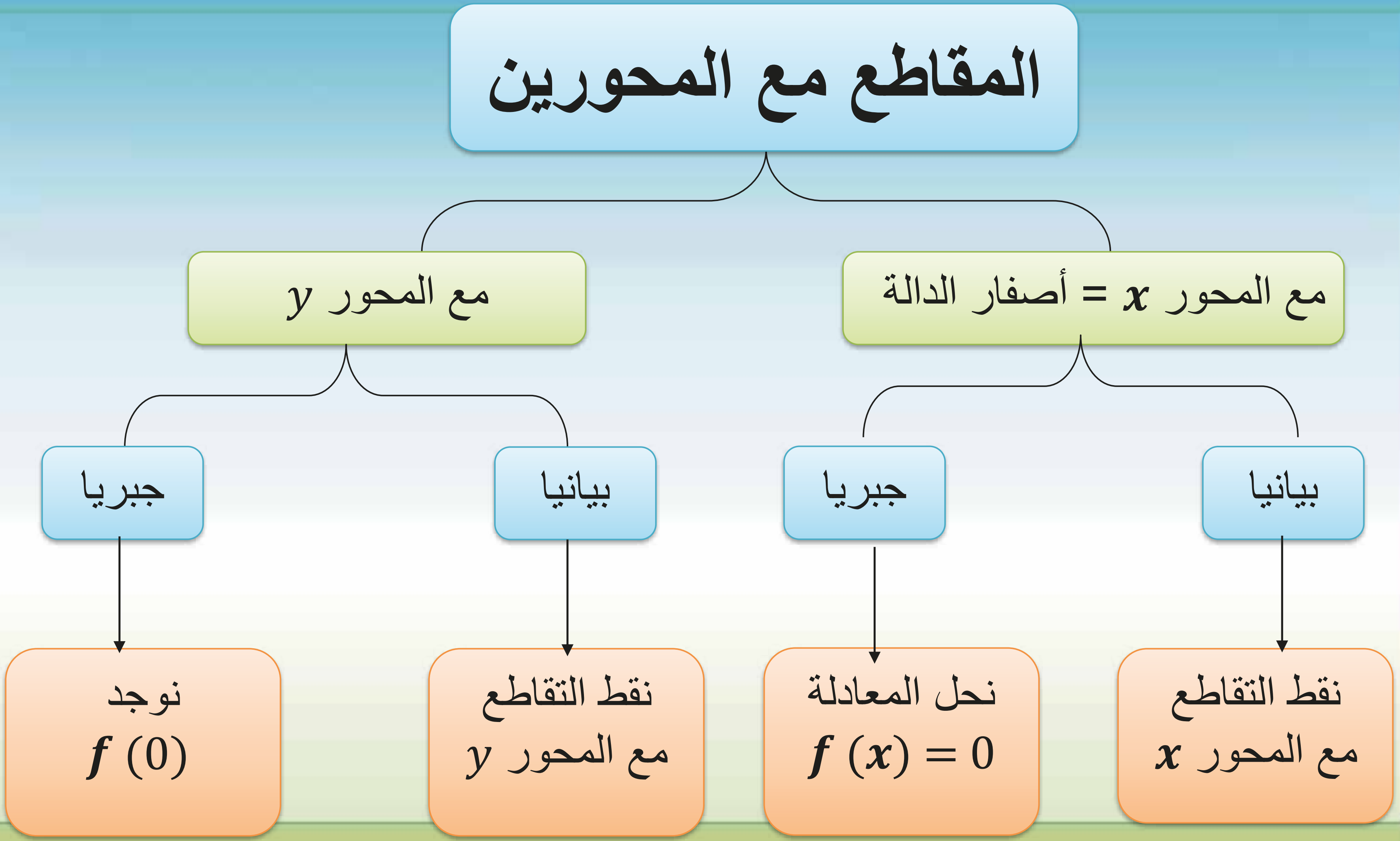
دالةلأن أي خط راسي تقع عليه نقطة واحدة فقط



علاقة وليست دالة لوقوع أكثر من نقطة على الخط الراسي



لتحديد مجال الدالة
كثيرة الحدود معرفة
لكل $x \in \mathcal{R}$
الدالة الجذرية
نحدد نوع الجذر
الدالة النسبية معرفة
بشرط المقام ≠ صفر
المجال =$\mathcal{R}$
المجال =$\mathcal{R}$– { اصفارالمقام}
جذور زوجية
جذور فردية
في البسط :
معرفة بشرط
ما تحت الجذر ≥ 0
في المقام :معرفة
بشرط
ما تحت الجذر > 0
في البسط معرفة
لكل $x \in \mathcal{R}$
في المقام :معرفة لكل
$x \in \mathcal{R}$– { اصفارالمقام}
99

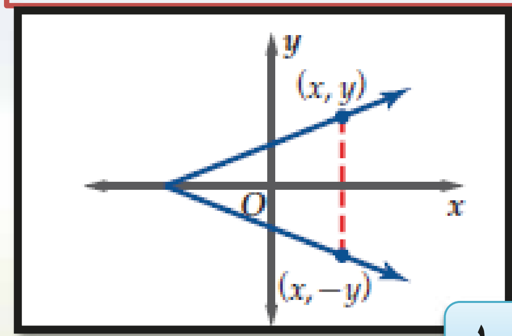

المقاطع مع المحورين
مع المحور x = أصفار الدالة
مع المحور y
بيانيا
جبريا
بيانيا
جبريا
نقط التقاطع مع المحور x
نحل المعادلة $f(x) = 0$
نقط التقاطع مع المحور y
نوجد $f(0)$

اختبار التماثل

1) بيانيا

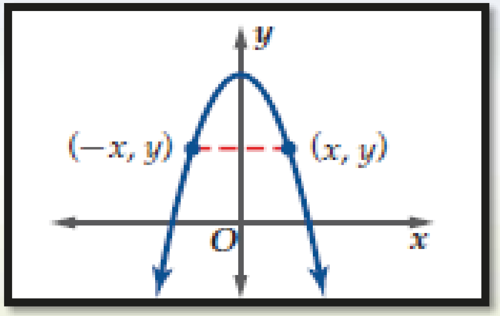
حول محور X

$(x, y) \rightarrow (x, -y)$



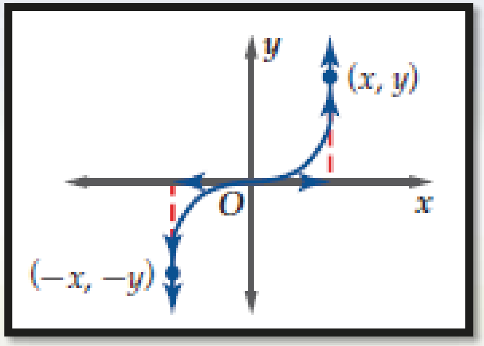
حول محور Y

$(x, y) \rightarrow (-x, y)$



حول نقطة الاصل

$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$



2) جبريا

حول محور X: إذا كان تعويض $(-y)$ مكان (y) يعطي معادلة مكافئة

حول محور Y: إذا كان تعويض $(-x)$ مكان (x) يعطي معادلة مكافئة

حول نقطة الاصل: إذا كان تعويض $(-x)$ مكان (x) و $(-y)$ مكان (y) يعطي معادلة مكافئة

الدوال الزوجية و الفردية

ملاحظات هامة:

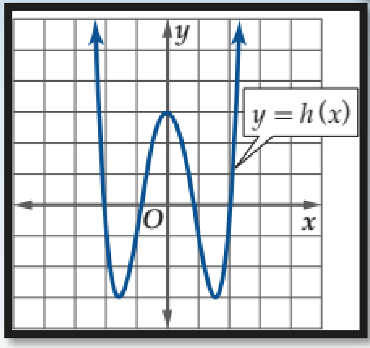
في دوال كثيرات الحدود إذا كانت جميع قوى المتغير زوجية فالدالة زوجية و إذا كانت جميع قوى المتغير فردية بشرط عدم وجود حد ثابت فالدالة فردية

ملاحظات هامة:

1) دالة القيمة المطلقة و دالة جيب التمام دوال زوجية.

2) دالة الجيب و دالة الظل دوال فردية

زوجية



لكل x في مجال f، فإن $f(-x) = f(x)$.

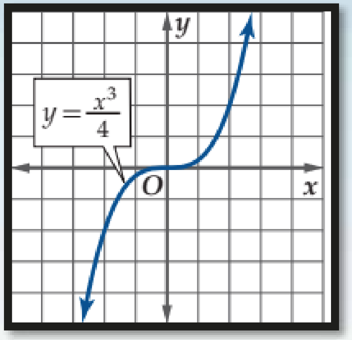
المنحني متماثل حل محور y

ليست زوجية و ليست فردية إذا كان

$f(-x) \neq f(x)$ و

$f(-x) \neq -f(x)$

فردية



لكل x في مجال f، فإن $f(-x) = -f(x)$.

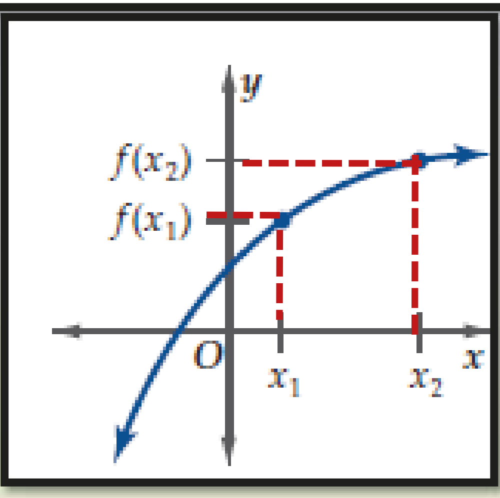
المنحني متماثل حول نقطة الأصل

إطراد الدوال

متزايدة

تكون الدالة f متزايدة على فترة ما إذا وفقط إذا زادت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة.

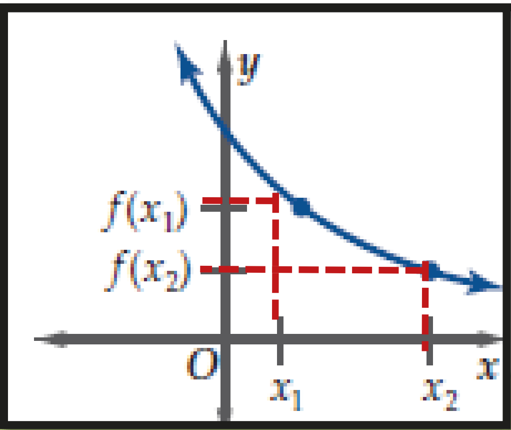
لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) < f(x_2)$ عندما تكون $x_1 < x_2$.



متناقصة

تكون الدالة f متناقصة على فترة ما إذا وفقط إذا تناقصت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة .

لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) > f(x_2)$ عندما تكون $x_1 < x_2$.

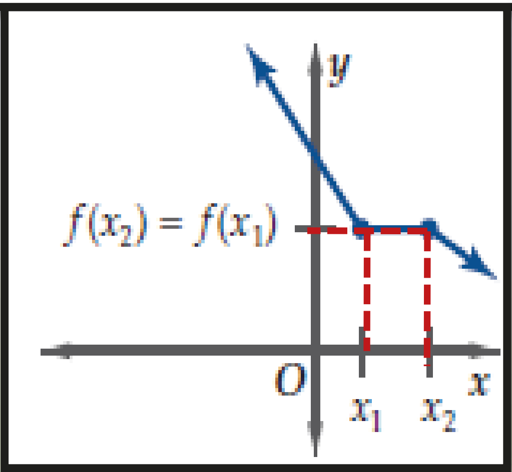


ثابتة

تكون الدالة f ثابتة على فترة ما إذا وفقط إذا لم تتغير قيم $f(x)$ لأي قيم x في الفترة.

لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) = f(x_2)$.

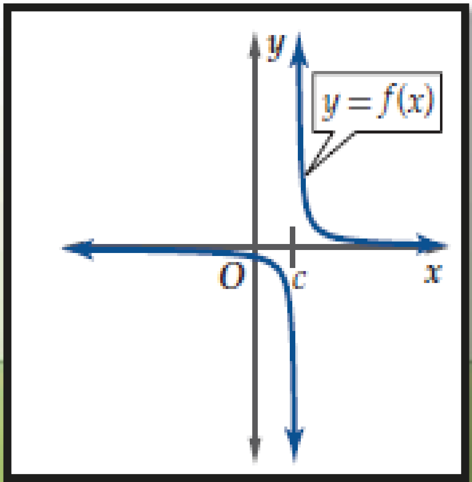
عندما تكون $x_1 < x_2$.



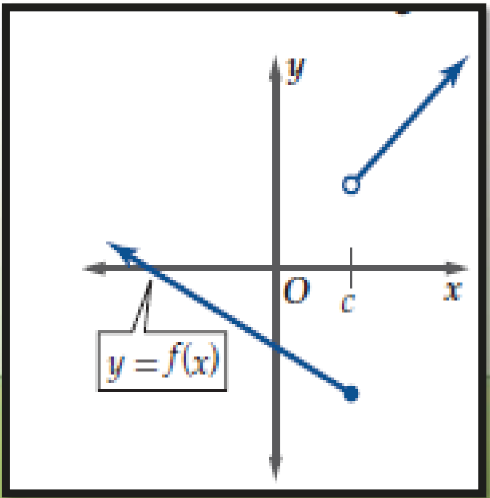
أنواع عدم الاتصال

عدم اتصال غير قابل للإزالة

لانهائي

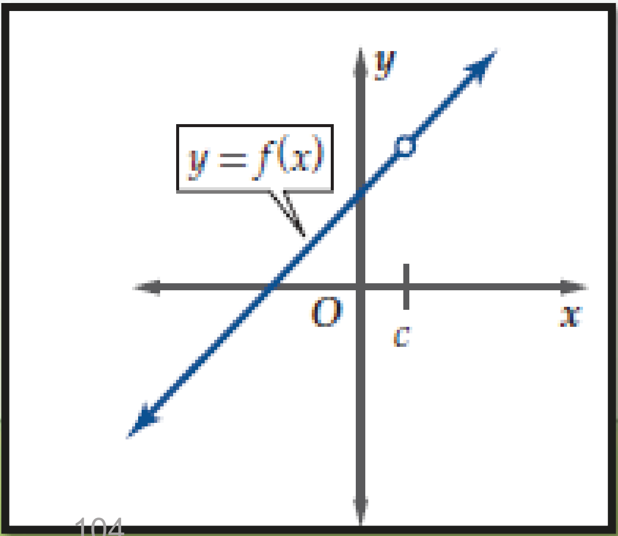


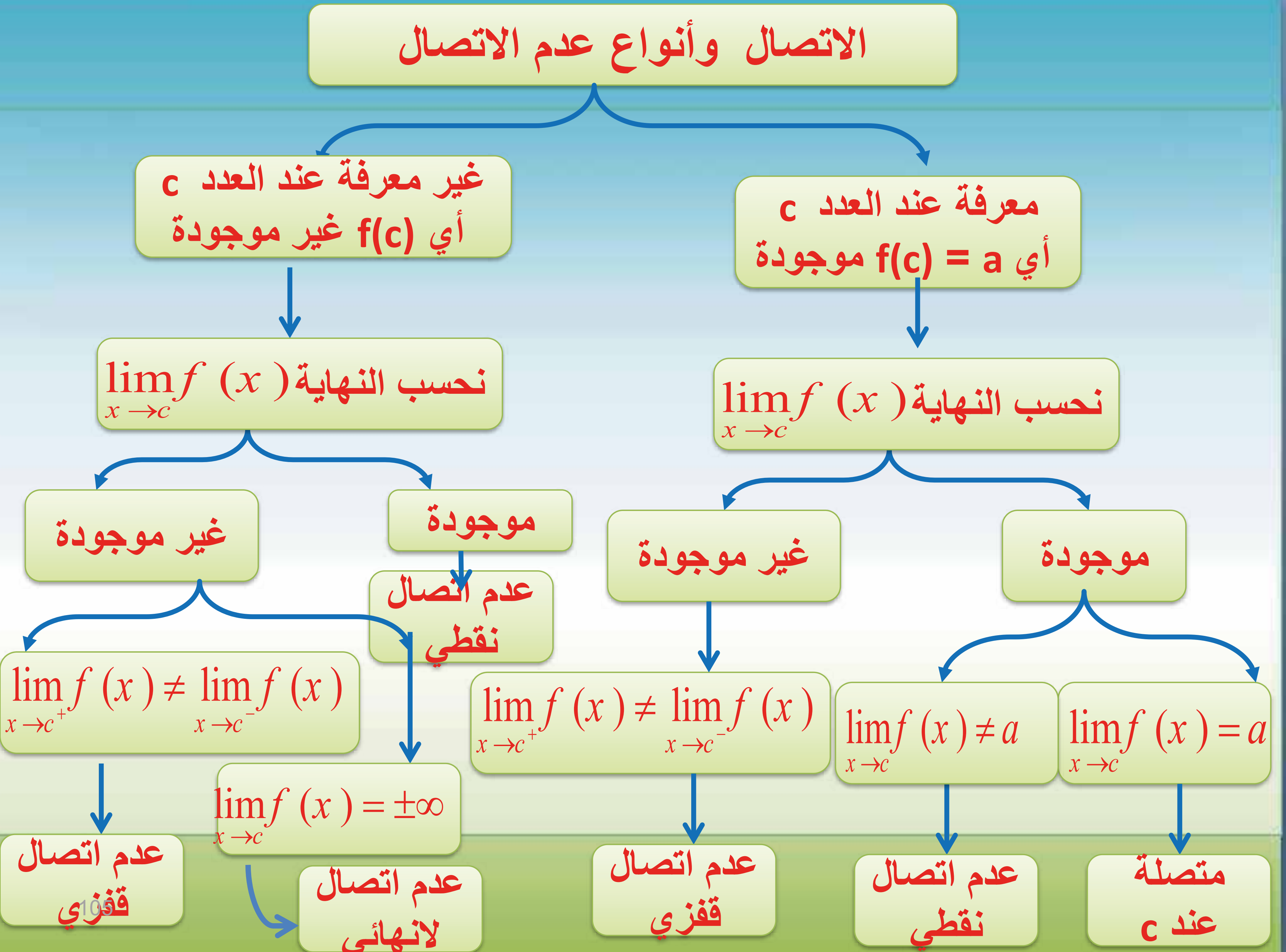
قفزي



عدم اتصال قابل للإزالة

عدم اتصال نقطي




الاتصال وأنواع عدم الاتصال
غير معرفة عند العدد c
أي f(c) غير موجودة
معرفة عند العدد c
أي f(c) = a موجودة
نحسب النهاية $\lim_{x \to c} f(x)$
نحسب النهاية $\lim_{x \to c} f(x)$
غير موجودة
موجودة
عدم اتصال نقطي
غير موجودة
موجودة
$\lim_{x \to c^+} f(x) \neq \lim_{x \to c^-} f(x)$
$\lim_{x \to c} f(x) = \pm\infty$
$\lim_{x \to c^+} f(x) \neq \lim_{x \to c^-} f(x)$
$\lim_{x \to c} f(x) \neq a$
$\lim_{x \to c} f(x) = a$
عدم اتصال قفزي
عدم اتصال لانهائي
عدم اتصال قفزي
عدم اتصال نقطي
متصلة عند c

الإزاحة (الانسحاب)

أفقي

$$g(x) = f(x + a)$$

- $a \prec 0$ نتحرك لليمين
- $a \succ 0$ نتحرك لليسار

رأسي

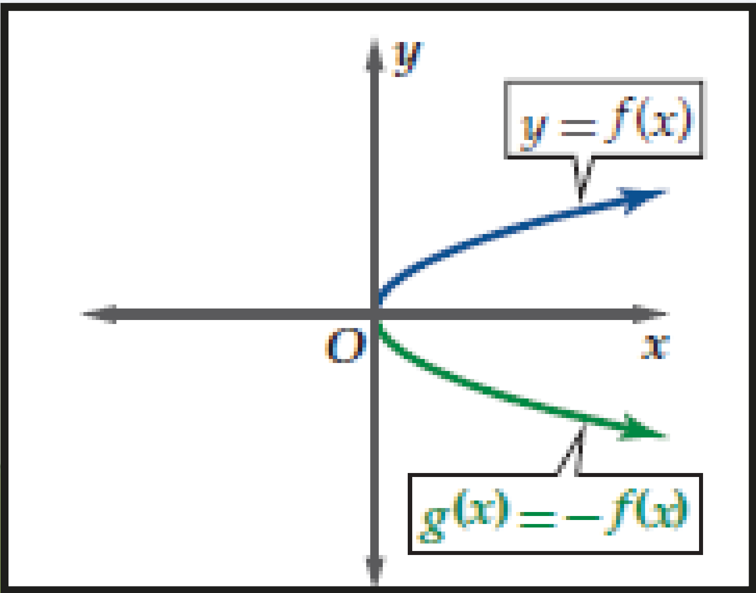
$$g(x) = f(x) + a$$

- $a \prec 0$ نتحرك للأسفل
- $a \succ 0$ نتحرك للأعلى

الانعكاس

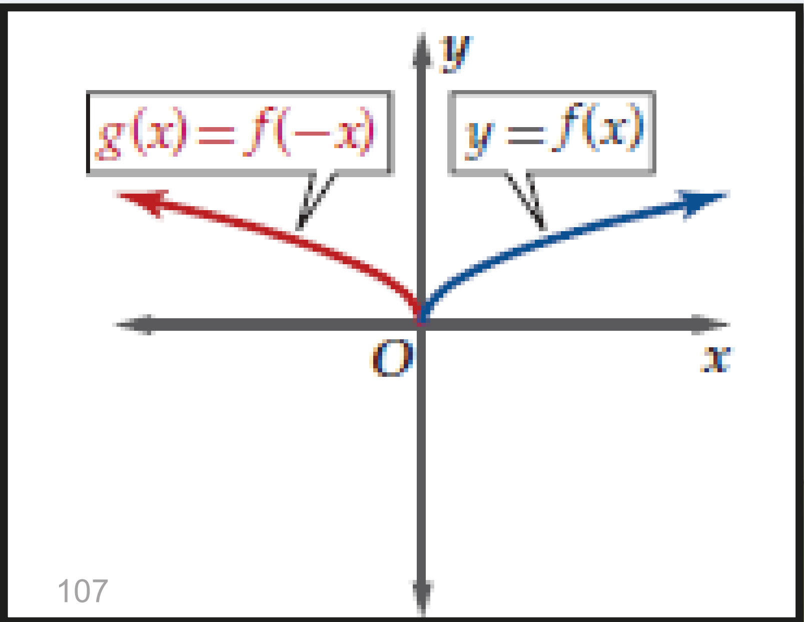
الانعكاس حول المحور x

منحنى الدالة $g(x) = -f(x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور x.



الانعكاس حول المحور y

منحنى الدالة $g(x) = f(-x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور y.



التمدد كل نقطة $(x\ ,y\ )$

أفقي

$$g(x)=f(a\cdot x)$$

نقسم الأحداثي x $\left(\frac{x}{a}\ ,y\ \right)$

$0 \prec a \prec 1$	$a \succ 1$
توسع تبتعد عن محور y المسافة الأفقية تزداد	تضيق تقترب عن محور y المسافة الأفقية تقل

رأسي

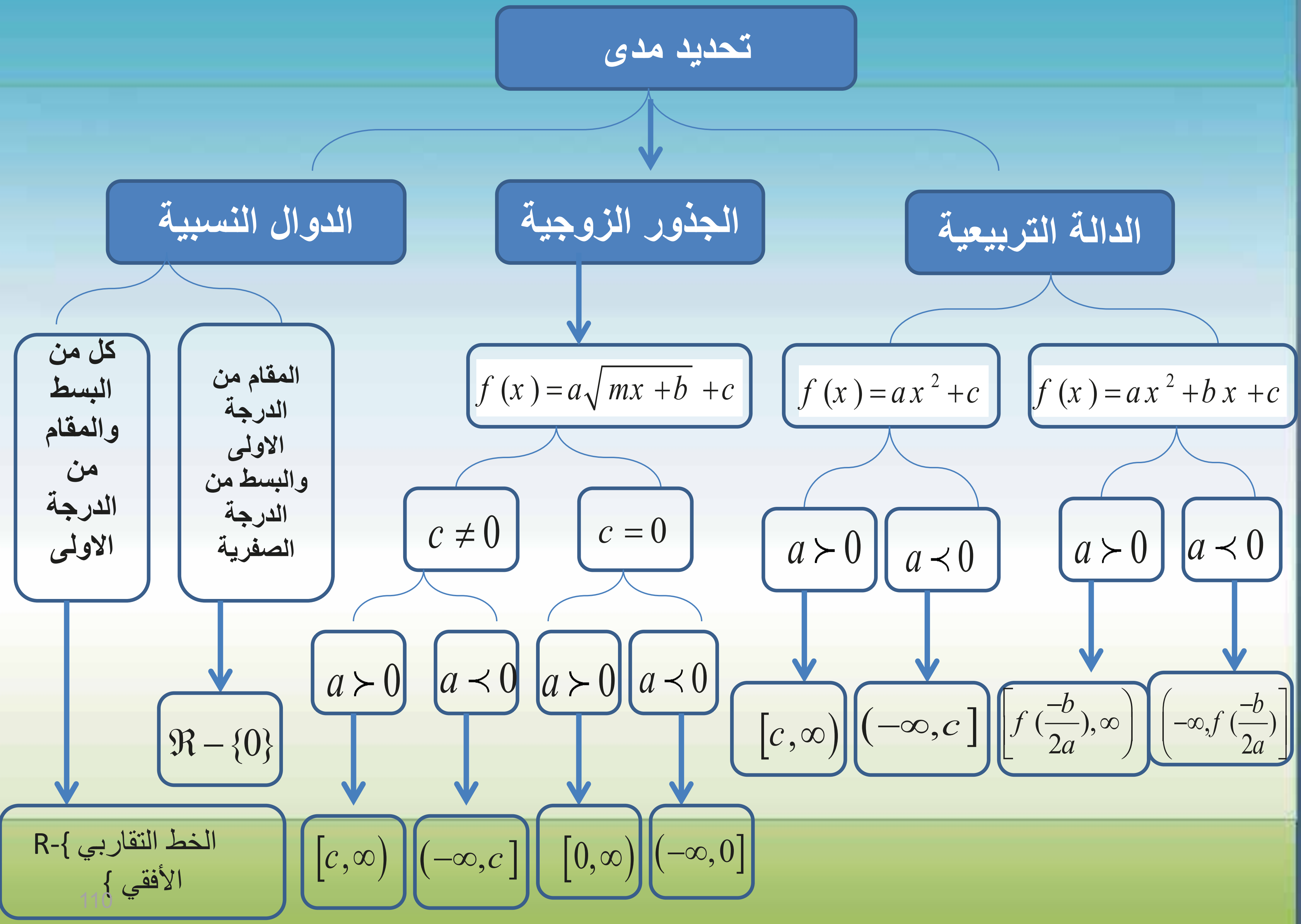
$$g(x)=a\cdot f(x)$$

نضرب الأحداثي y $(x\ ,ay\ )$

$0 \prec a \prec 1$	$a \succ 1$
تضيق تقترب عن محور x المسافة الرأسية تقل	توسع تبتعد عن محور x المسافة الرأسية تزيد

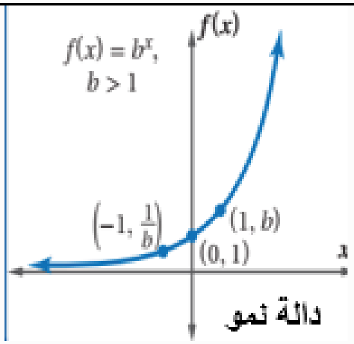
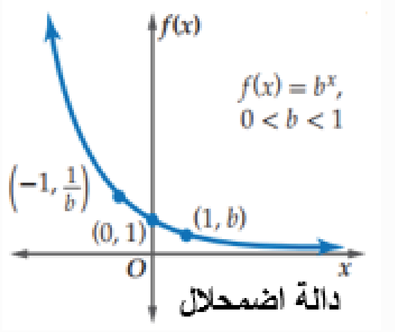
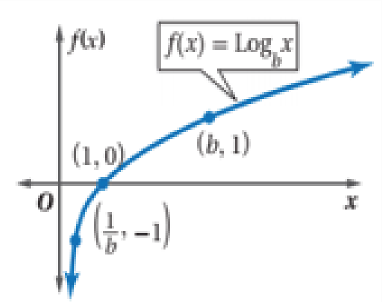
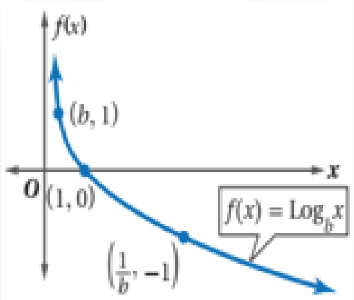
العمليات على الدوال و تركيب دالتين

- مجال حاصل الجمع أو الطرح أو الضرب
  - هو تقاطع المجالين
- مجال حاصل القسمة
  - تقاطع المجالين مع استبعاد أصفار المقام
- مجال تركيب دالتين
  - عدم وجود قيود
    - كل من الدالتين كثيرة حدود لذلك المجال R
  - وجود قيود
    - نتبع الخطوات التالية :
      1) نحدد مجال الدالة الثانية
      2) نحدد مجال الدالة الأولى
      3) نوجد قيم الدالة الثانية بقيود الأولى
      4) من تقاطع الخطوتين 1 و 3 نحدد المجال

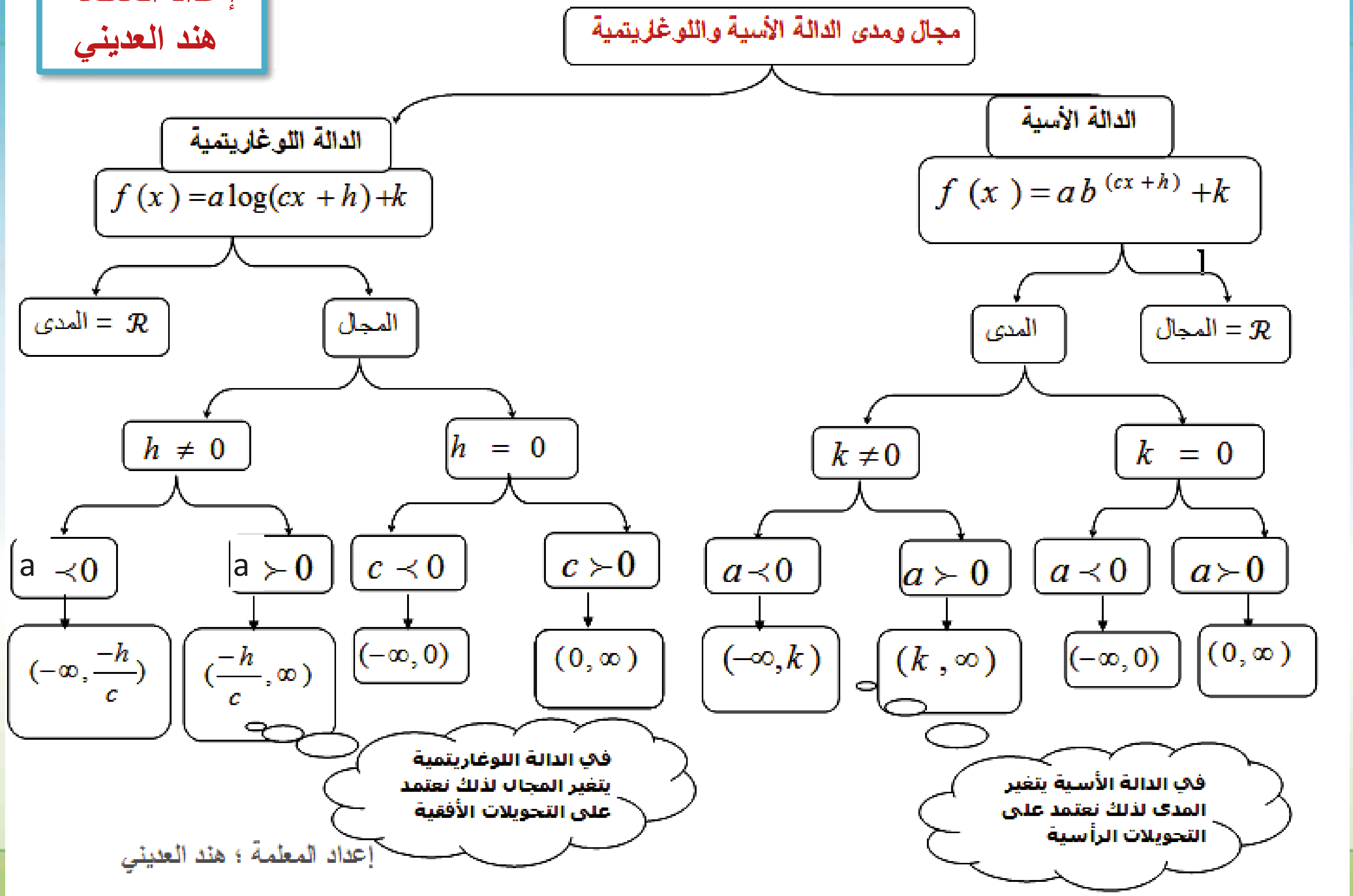


تحديد مدى
الدالة التربيعية
الجذور الزوجية
الدوال النسبية
$f(x)=ax^2+bx+c$
$f(x)=ax^2+c$
$f(x)=a\sqrt{mx+b}+c$
المقام من الدرجة الاولى والبسط من الدرجة الصفرية
كل من البسط والمقام من الدرجة الاولى
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$c=0$
$c \neq 0$
$(-\infty, f(\frac{-b}{2a})]$
$[f(\frac{-b}{2a}), \infty)$
$(-\infty, c]$
$[c, \infty)$
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$\Re - \{0\}$
$(-\infty, 0]$
$[0, \infty)$
$(-\infty, c]$
$[c, \infty)$
R-{ الخط التقاربي الأفقي }

الفصل الثاني
العلاقات و الدوال
الأسية و اللوغاريتمية

	الدالة الأسية		الدالة اللوغاريتمية	
قاعدتها	$f(x) = ab^x , a \neq o , b \neq 1 , b > 0$		$f(x) = log_b x \quad , b \neq 1 , b > 0 , x > 0$	
مجالها	مجموعة الأعداد الحقيقية R		مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+	
مداها	مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+		مجموعة الأعداد الحقيقية R	
التمثيل البياني			**b>1** 	**0<b<1** 
خط التقارب	محور x		محور y	
التحويل من صورة أسية إلي لوغاريتمية و العكس	$\log_b x = y$ إذا وفقط إذا كان $b^y = x$			

إعداد المعلمة
هند العديني



المعادلات اللوغاريتمية
عبارة لوغاريتمية واحده
أكثر من عبارة لوغاريتمية
$\log_b x = a$
نحول للصورة الأسية
ثم نحل المعادلة الأسية
عبارتين لوغاريميتين متساويتين
من خاصية التساوي
$\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$
مجموع لوغاريتمين أو حاصل طرحهما
باستخدام خواص اللوغاريتمات
نحولها إلى عبارة لوغاريتمية واحدة
نحول للصورة الأسية
ثم نحل المعادلة الأسية
نحولها إلى عبارتين لوغاريتمين متساويتين
من خاصية التساوي
$\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$
ملاحظة هامة :
عند حل المعادلة اللوغاريتمية لابد من التحقق من الحل بالتعويض أو بتحديد المجال والتاكد من وجود الحل في مجال الدالة

تطبيقات الدالة الأسية

دالة النمو الأسي

و تستخدم لحساب الزيادة في قيمة ما بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية

$$A(t) = a\,(1+r)^{t}$$

حيث a القيمة الأبتدائية

r النسبة المئوية للنمو

t الفترة الزمنية

دالة الأضمحلال الأسي

و تستخدم لحساب النقص في قيمة ما بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية

$$A(t) = a\,(1-r)^{t}$$

حيث a القيمة الأبتدائية

r النسبة المئوية للاضمحلال

t الفترة الزمنية

الربح المركب

و هو الربح الذي يحسب المبلغ المستثمر أو رأس المال مضافا إليه أي ارباح سابقة.

$$A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n\,t}$$

حيث A المبلغ الكلي بعد t سنة

P المبلغ الأصلي (رأس المال)

n عدد مرات إضافة الربح إلى راس المال في السنة

خصائص اللوغاريتمات

إذا كانت x, y, b أعدادًا حقيقية موجبة، حيث $b \neq 1$

- $\log_b x = \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.
- $\log_b xy = \log_b x + \log_b y$.
- $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
- $\log_b x^m = m \log_b x$

خصائص اللوغاريتمات الأساسية

- $\log_b 1 = 0$
- $\log_b b = 1$
- $\log_b b^x = x$
- $b^{\log_b x} = x, x > 0$

الفصل الثالث
المتطابقات
و المعادلات المثلثية

المتطابقات المثلثية

النسبية

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ — $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

المقلوب

$\sin\theta = \dfrac{1}{\csc\theta}$, $\csc\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$ — $\cos\theta = \dfrac{1}{\sec\theta}$, $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$ — $\tan\theta = \dfrac{1}{\cot\theta}$, $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$

فيتاغورس

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ — $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$ — $\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$

الزوايا المتتامة

$\sin\theta = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right)$ — $\cos\theta = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right)$ — $\tan\theta = \cot\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right)$

الدوال الزوجية و الفردية

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$ — $\cos(-\theta) = \cos\theta$ — $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

المجموع و الفرق

$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$ — $\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \cos A\sin B$ — $\tan(A \pm B) = \dfrac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A\tan B}$

المضاعفات

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ — $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$, $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$, $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$ — $\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$

الأنصاف

$\sin\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{2}}$ — $\cos\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{2}}$ — $\tan\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$

تحل المعادلات المثلثية كما تحل المعادلات العادية

لحل المعادلات المثلثية نضعها على احد الصور التالية :

$\cos\theta = a \quad , \quad \sin\theta = a \quad , \quad \tan\theta = a$

$a = 0 , 1, -1$

زاوية ربعية

$0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 360^\circ$

خلاف ذلك

نحدد الزاوية عن طريق تحديد إشارة الدالة المثلثية
حسب الربع الموجودة فيه نحدد الزاوية θ كالآتي :

θ = إذا كانت الزاوية في الربع الأول

$180^0 - \theta$ = إذا كانت الزاوية في الربع الثاني

$180^0 + \theta$ = إذا كانت الزاوية في الربع الثالث

$360^0 - \theta$ = إذا كانت الزاوية في الربع الرابع

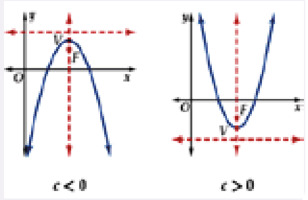
الفصل الرابع
القطوع المخروطية

القطوع المخروطية

القطع المكافئ

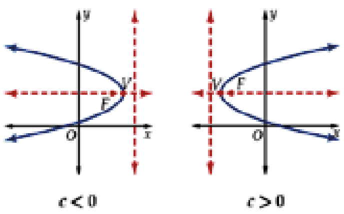
المنحنى مفتوح رأسيا

$$(x-h)^2 = 4c(y-k)$$



المنحنى مفتوح أفقيا

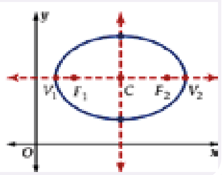
$$(y-k)^2 = 4c(x-h)$$



القطع الناقص

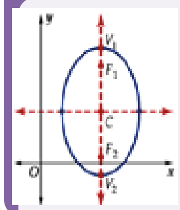
المحور الأكبر أفقي

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



المحور الأكبر رأسي

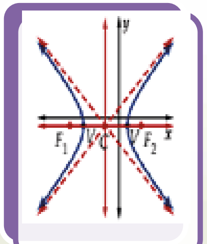
$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$



القطع الزائد

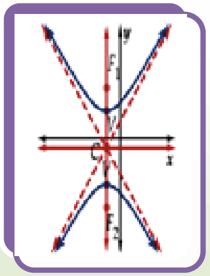
المحور القاطع أفقي

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



المحور القاطع رأسي

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$



تحديد أنواع القطوع المخروطية يمكنك تحديد نوع القطع المخروطي دون أن تكتب المعادلة:
$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ على الصورة القياسية، وذلك باستعمال المميز $B^2 - 4AC$.

تصنيف القطوع المخروطية

- قطع مكافئ: $B^2 - 4AC = 0$
- قطع ناقص: $B^2 - 4AC < 0, A \neq C$ أو $B \neq 0$
- دائرة: $B^2 - 4AC < 0, B = 0, A = C$
- قطع زائد: $B^2 - 4AC > 0$

خرائط مفاهيم
مقرر رياضيات 6

الفصل الأول
المتجهات

اتجاه المتجه

اتجاه أفقي

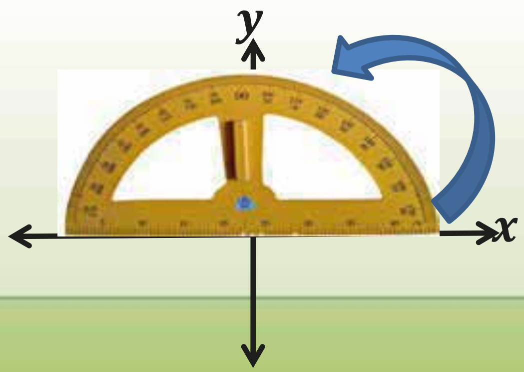
نبدأ بقياس الزاوية
من محور السينات
الموجبة بعكس
عقارب الساعة

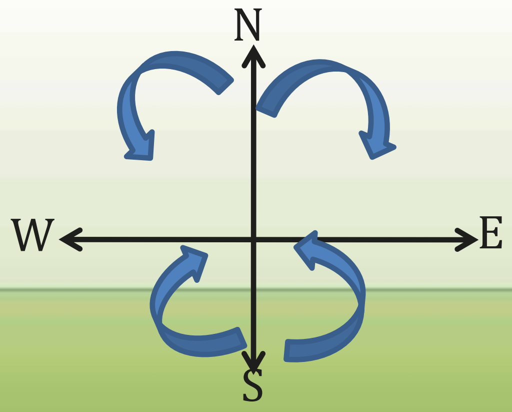
اتجاه ربعي

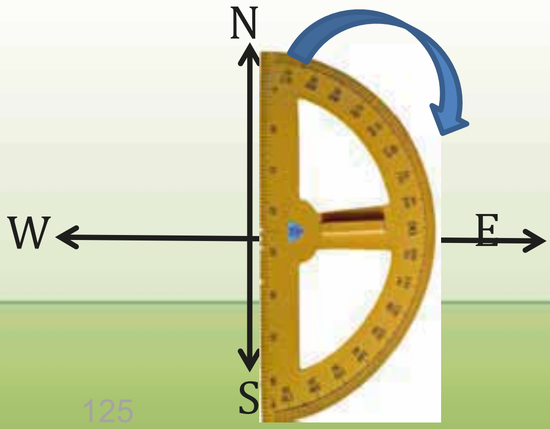
نبدأ بقياس الزاوية من الخط
الراسي(Nأو S)
باتجاه الشرق أو الغرب

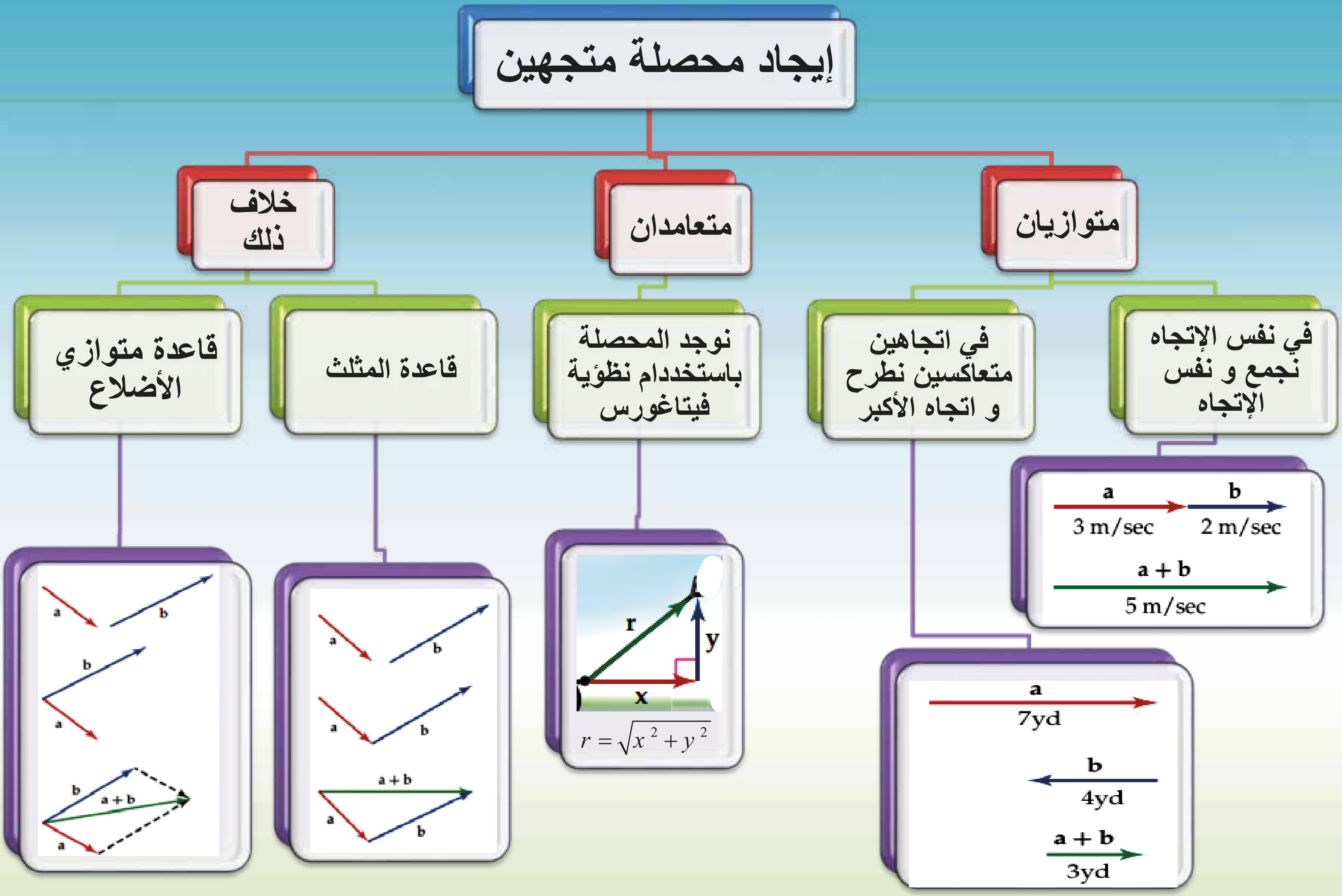
اتجاه حقيقي

نبدأ بقياس الزاوية من
الشمال N
باتجاه مع عقارب الساعة
ويعطى قياس الزاوية
بثلاثة أرقام



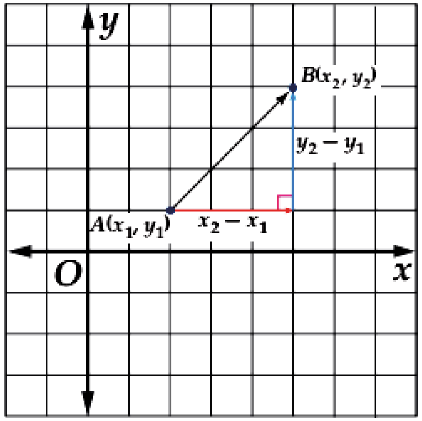





إيجاد محصلة متجهين
متوازيان
متعامدان
خلاف ذلك
في نفس الإتجاه نجمع و نفس الإتجاه
في اتجاهين متعاكسين نطرح و اتجاه الأكبر
نوجد المحصلة باستخددام نظوية فيتاغورس
قاعدة المثلث
قاعدة متوازي الأضلاع
a 3 m/sec
b 2 m/sec
a + b 5 m/sec
a 7yd
b 4yd
a + b 3yd
r
y
x
$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
a
b
a + b

الصور المختلفة لكتابة المتجه

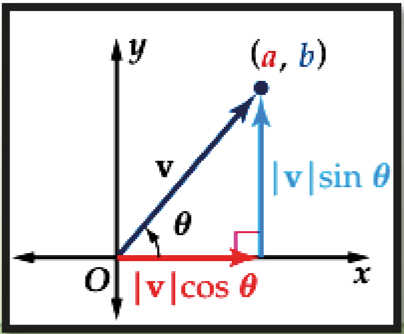
مفهوم أساسي **الصورة الإحداثية لمتجه**



الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ، ونقطة نهايته $B(x_2, y_2)$ هي :

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

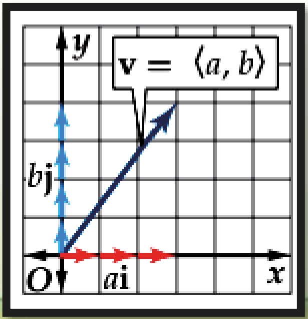
الصورة المثلثية



$$\mathbf{v} = \langle a, b \rangle$$
$$= \langle |\mathbf{v}| \cos \theta, |\mathbf{v}| \sin \theta \rangle$$
$$= |\mathbf{v}| (\cos \theta)\mathbf{i} + |\mathbf{v}| (\sin \theta)\mathbf{j}$$

صورة التوافق الخطي

$$\mathbf{v} = \langle a, b \rangle$$
$$= \langle a, 0 \rangle + \langle 0, b \rangle$$
$$= a\langle 1, 0 \rangle + b\langle 0, 1 \rangle$$
$$= a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$$



تطبيقات العمليات على المتجهات

إيجاد محصلة سرعة الحركة

نوجد متجة السرعة الأول و غالبا يكون متجه أفقي

$$1)\ v_1 = \langle a, 0 \rangle$$

نوجد الصورة الإحداثية لمتجة السرعة الثاني والذي مقداره v_2 و زاوية اتجاهة θ

$$2)\ v_2 = \langle\, |v_2| \cos\theta, |v_2| \sin\theta \rangle$$

نوجد مجموع المتجهين

$$3)\ v = v_1 + v_2 = \langle a, b \rangle$$

نوجد محصلة السرعتين باستخدام قانون طول متجه

$$4)\ v = \sqrt{a^2 + b^2}$$

إيجاد إتجاه الحركة

بعد إيجاد مجموع المتجهين

$$3)\ v = \langle a, b \rangle$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

الزاوية التي يصنعها متجة مع الأفقي و الزاوية بين متجهين

إيجاد الزاوية بين متجهين

يمكن إيجاد الزاوية بين متجهين
الغير صفريين u , v بالعلاقة

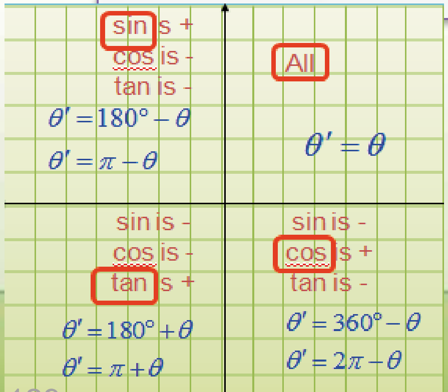
$$\cos\theta = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}|\,|\mathbf{v}|}$$

إيجاد زاوية اتجاه متجه

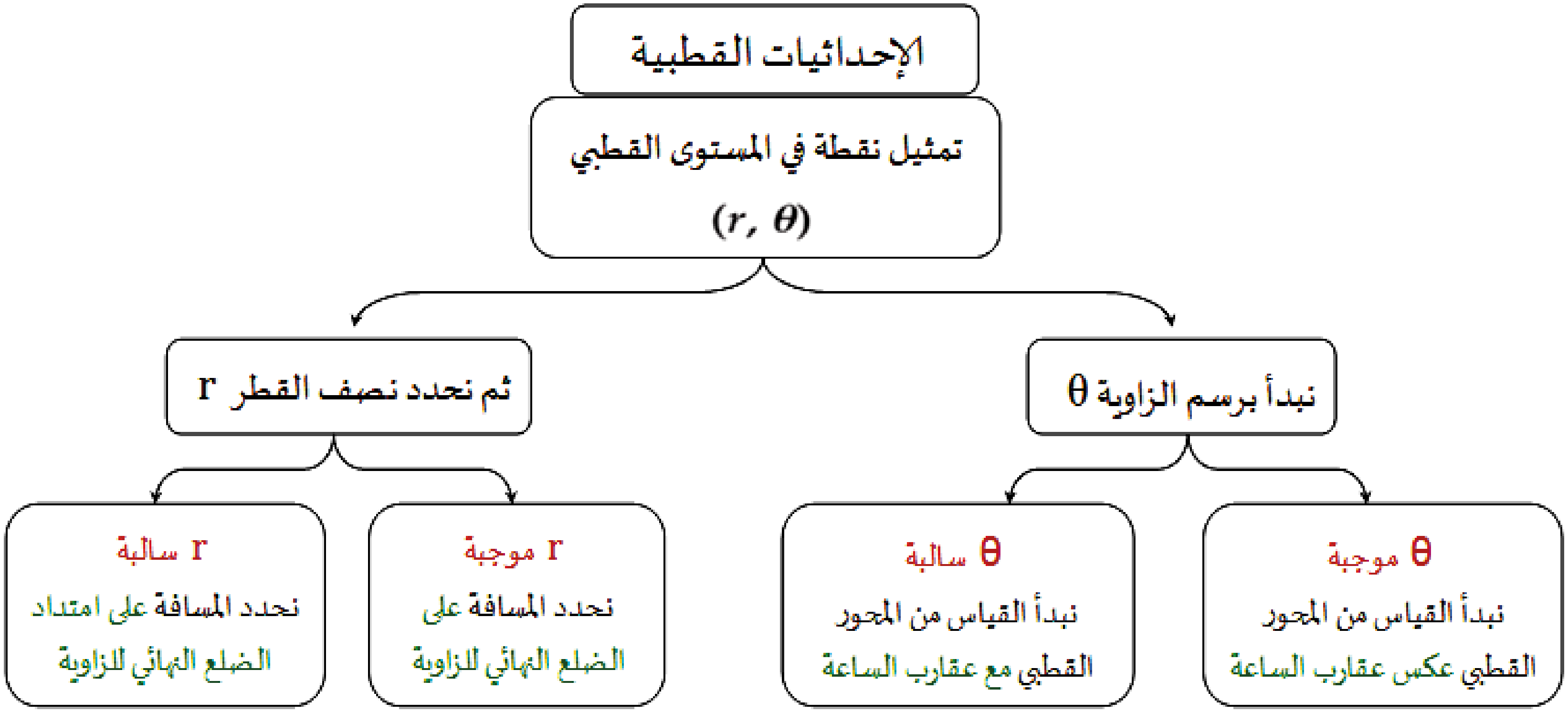
يمكن إيجاد زاوية المتجه
$$v = \langle a, b \rangle$$
مع الإتجاه الأفقي بالعلاقة

$$\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a}$$

من المهم تحديد الربع الذي تقع فيه الزاوية
اعتمادا على إشارات مركبتي المتجهه

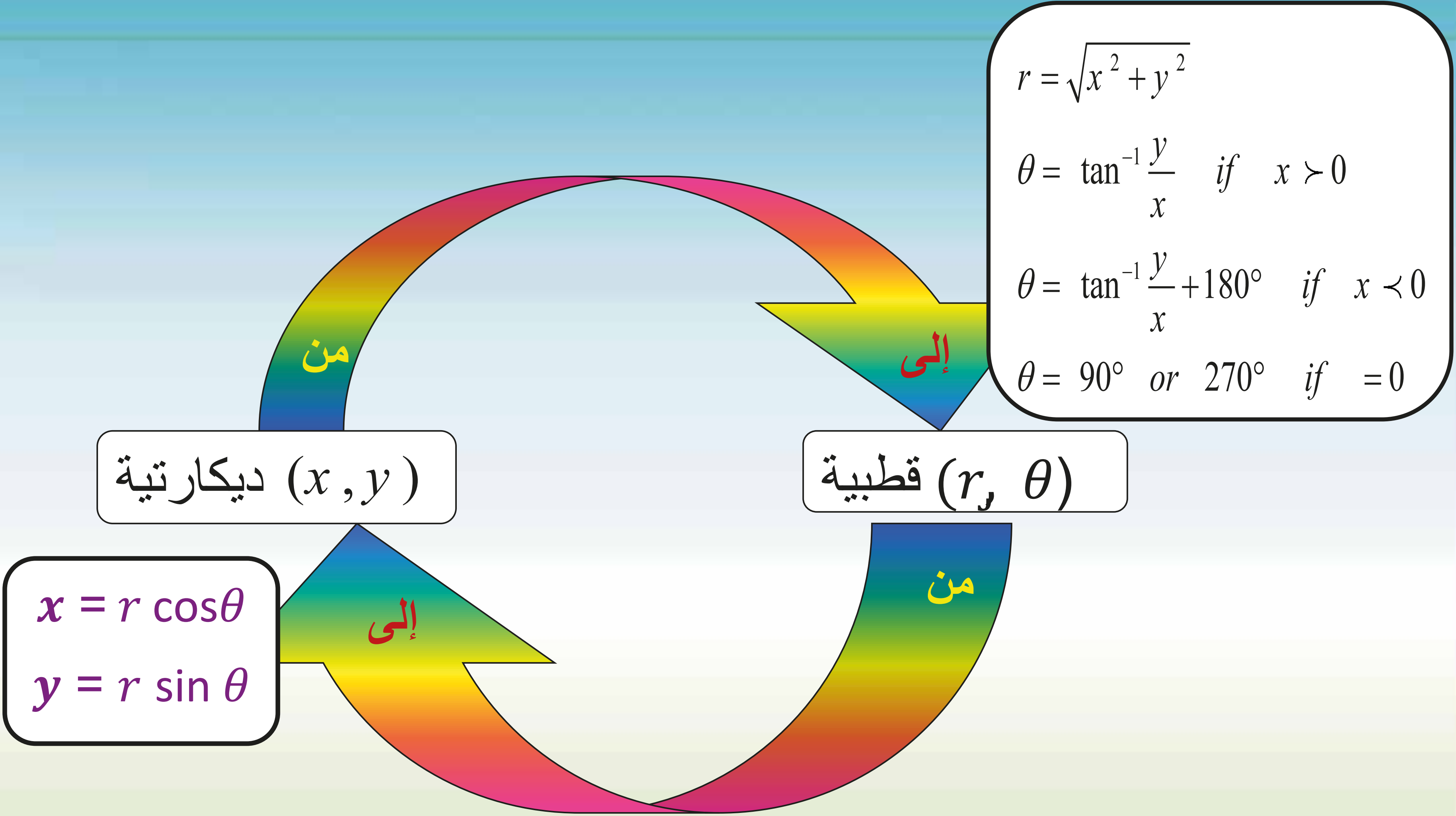


الفصل الثاني
الإحداثيات القطبية
و الأعداد المركبة



تمثيلات قطبية متعددة

إذا كان n عددًا صحيحًا، فإنه يمكن تمثيل النقطة (r, θ) بالإحداثيات $(r, \theta + 360°n)$ أو $(-r, \theta + (2n + 1)180°)$. وبالمثل، إذا كانت θ مقيسة بالراديان، وكان n عددًا صحيحًا، فإنه يمكن تمثيل النقطة (r, θ) بالإحداثيات $(r, \theta + 2n\pi)$ أو $(-r, \theta + (2n + 1)\pi)$.


$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} \quad if \quad x \succ 0$
$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} + 180° \quad if \quad x \prec 0$
$\theta = 90° \quad or \quad 270° \quad if \quad = 0$
من
إلى
ديكارتية (x , y)
قطبية (r, θ)
من
إلى
$x = r \cos\theta$
$y = r \sin \theta$

تحويل معادلة قطبية إلى ديكارتية

r = عدد

1- نربع الطرفين

2- نعوض عن
$$r^2 = x^2 + y^2$$

θ = زاوية

1- ناخذ tan الطرفين

2- نعوض عن
$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

3- نضرب الطرفين في x

$$r = a\cos\theta$$
$$r = a\sin\theta$$
$$r = a\cos\theta + b\sin\theta$$

1- نضرب الطرفين بـ r

2- نعوض عن
$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta$$

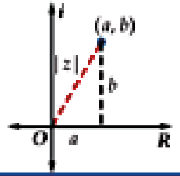
الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

Complex Numbers and De Moivre's Theorem

مفهوم أساسي — القيمة المطلقة لعدد مركب

القيمة المطلقة للعدد المركب $z = a + bi$ هي:

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



مفهوم أساسي — الصورة القطبية لعدد مركب

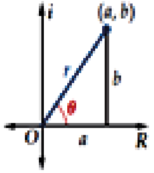
الصورة القطبية أو المثلثية للعدد المركب $z = a + bi$ هي:

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$، حيث

$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$، $a = r\cos\theta$، $b = r\sin\theta$.

$\theta = \text{Tan}^{-1}\frac{b}{a}$ عندما $a > 0$، $\theta = \text{Tan}^{-1}\frac{b}{a} + \pi$ عندما $a < 0$.

أما إذا كانت $a = 0$، فإن $\theta = \frac{\pi}{2}$ إذا كانت $b > 0$، $\theta = -\frac{\pi}{2}$ إذا كانت $b < 0$



مفهوم أساسي — ضرب الأعداد المركبة على الصورة القطبية وقسمتها

للعددين المركبين $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$، $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$، فإن:

صيغة الضرب $z_1z_2 = r_1r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$

صيغة القسمة $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2)]$، حيث $z_2 \neq 0$، $r_2 \neq 0$

نظرية — نظرية ديموافر

$$z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

إذا كان $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ عددًا مركبًا على الصورة القطبية، وكان n عددًا صحيحًا موجبًا، فإن $z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$.

مفهوم أساسي — الجذور المختلفة

لأي عدد صحيح موجب n، فإن للعدد المركب $r(\cos\theta + i\sin\theta)$، n من الجذور النونية المختلفة ويمكن إيجادها باستعمال الصيغة :

$$r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$$

حيث $k = 0, 1, 2, \ldots, n - 1$.

الفصل الثالث
الاحصاء والاحتمالات

الدراسات التجريبية و المسحية وبالملاحظة

دراسة مسحية
تؤخذ البيانات من استجابات أفراد حول موضوع معين

عينة عشوائية (متحيزة)
هي العينة التي يتم اختيارها بحيث تعطي تفضيلاً لمجموعة معينة على مجموعة أخرى .

عينة عشوائية (غير متحيزة)
هي العينة التي يتم اختيارها دون تفضيل مجموعة على أخرى ، ويكون لكل فرد منها الاحتمال نفسه في الاختيار

دراسة تجريبية
إجراء معالجة خاصة على مجموعة و ملاحظة استجاباتهم

مجموعة تجريبية
هم الذين يخضعون للمعالجة

مجموعة ضابطة
هم الذين لا يخضعون للمعالجة أو لمعالجة شكلية

دراسة بالملاحظة
ملاحظة أفراد العينة دون أي محاولة للتاثير على النتائج

التحليل الإحصائي

مقاييس التشتت

يقصد بالتشتت مقدار انحراف القيم عن مركزها (وسطها) وأهم مقاييسها

الإنحراف المعياري

هو القيمة التي تحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

عينة

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$$

حيث n عدد قيم العينة

مجتمع كلي

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \mu)^2}{n}}$$

حيث n عدد قيم المجتمع

التباين

مربع الإنحراف المعياري

مقاييس النزعة المركزية

يقصد بالنزعة المركزية نزعة القيم نحو قيمة رقمية تمثلهم ومقاييسها

المتوسط الحسابي

يساوي مجموع البيانات مقسوما على عددها و يفضل استخدامه عند عدم وجود قيمة متطرفة في البيانات

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

الوسيط

العدد الأوسط أو متوسط العددين الأوسطين في البيانات المرتبة

و يفضل استخدامه إذا وجدت قيم متطرفة في البيانات

المنوال

العدد أو الأعداد الأكثر تكرار في مجموعة البيانات

و يفضل استخدامه عند وجود قيم متكررة في البيانات

الاحتمال و التوزيعات الاحتمالية

$$P(S) = \frac{s}{s+f}$$

تباديل

لايسمح بالتكرار و الترتيب مهم

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

توافيق

لايسمح بالتكرار و الترتيب غيرمهم

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

القيمة المتوقعة

هي المتوسط الموزون للقيم في التوزيع الاحتمالي

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} Xi.P(Xi)$$

التوزيع الاحتمالي

هي دالة تربط بين كل قيمة من قيم متغير العشوائي و احتمال وقوعها و شروطها هي

$$0 \le P(X) \le 1$$

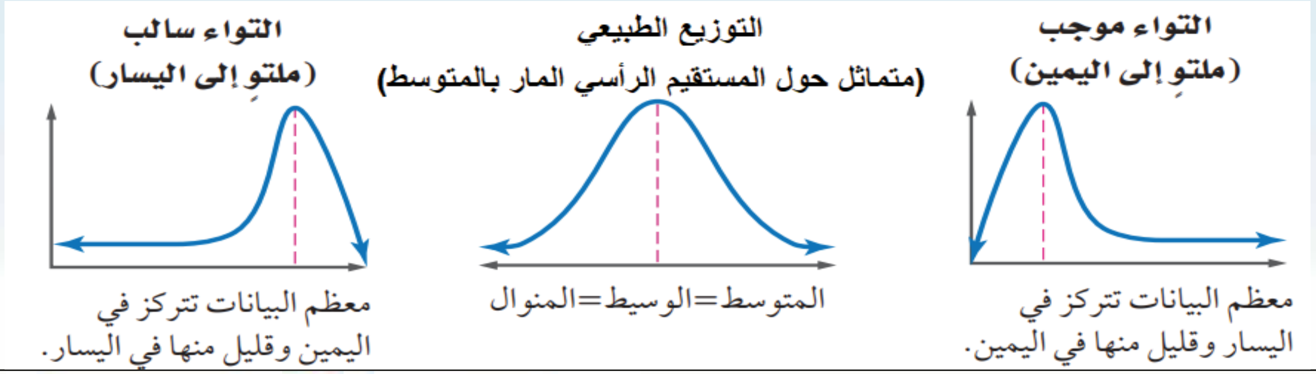
$$\sum P(X) = 1$$

التوزيع الطبيعي

هو توزيع احتمالي متغيره العشوائي متصل، يمكن للنواتج أن تأخذ أي قيمة في فترة من الأعداد الحقيقية.

خصائص منحنى التوزيع الطبيعي

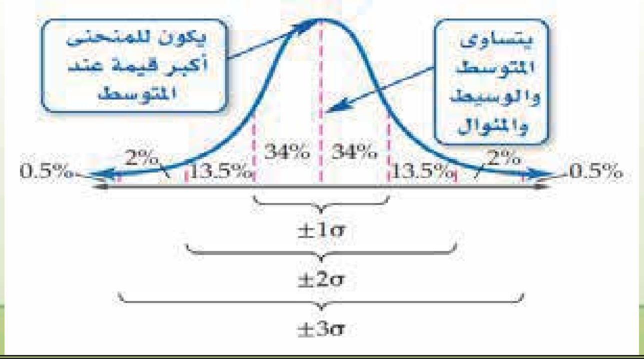
- التمثيل البياني له منحنى يشبه الجرس، ومتماثل حول المستقيم الرأسي المار بالمتوسط.
- يتساوى فيه المتوسط والوسيط والمنوال.
- المنحنى متصل.
- يقترب المنحنى من المحور x في جزأيه الموجب والسالب، ولكنه لا يمسه.



حساب احتمالات التوزيع الطبيعي

ولحساب احتمالات التوزيع الطبيعي نستخدم القانون التجريبي:

حيث يمثل σ الانحراف المعياري للتوزيع الطبيعي.



$$p = 0.5 \Rightarrow q = 1 - p = 1 - 0.5 = 0.5, n = 5, x = 3$$

$$P(X) = {}_nC_x p^x q^{n-x} \Rightarrow P(3) = {}_5C_3 (0.5)^3 (0.5)^2 = \frac{5}{16}$$

التوزيعات ذات الحدين
Binomial Distributions

تجربة ذات الحدين	تجربة ذات الحدين هي تجربة احتمالية تحقق الشروط الآتية: 1) يعاد إجراء التجربة لعدد محدد (n) من المحاولات المستقلة. 2) كل محاولة لها فقط نتيجتان متوقعتان: نجاح S ، أو فشل F. 3) $P(S)$ "ويرمز له بالحرفP" هو نفسه في كل محاولة. واحتمال الفشل $P(F)$ "ويرمز له بالحرف q" هو نفسه في كل محاولة ويساوي $1-p$.
صيغة احتمال ذات الحدين	ويمثل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n من المحاولات. ولحساب احتمال ذات الحدين نستخدم الصيغة التالية: $P(X) = nC_X\, p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-X)!\,X!} p^x q^{n-x}$ حيثp احتمال النجاح، وq احتمال الفشل في المحاولة الواحدة.

الفصل الثالث

النهايات و الآشتقاق

خطوات حساب نهاية دالة عند نقطة لايغيرحولها تعريف الدالة:

خطوات حساب نهاية دالة عند نقطة يتغيرحولها تعريف الدالة:

نحسب النهاية اليمنى والنهاية اليسرى

النهاية اليمنى = النهاية اليسرى = L

النهاية المطلوبة = L

النهاية اليمنى ≠ النهاية اليسرى

النهاية ليس لها وجود

حساب النهاية عند اللانهاية

كثيرة حدود

$$\lim_{x \to \pm\infty} (a_n x^n + ... + a_1 x + a_1) = \lim_{x \to \pm\infty} (a_n x^n)$$

نحسب نهاية وحيدة الحد ذات الأس الأكبر ثم نعوض عن $x \to \pm\infty$ و نطبق قاعدة الإشارات

نسبية

نقسم كل حد في بسط و مقام الدالة النسبية على اعلى قوة للمتغير في الدالة ثم نبسط

بعد التبسيط نستخدم النظريتين

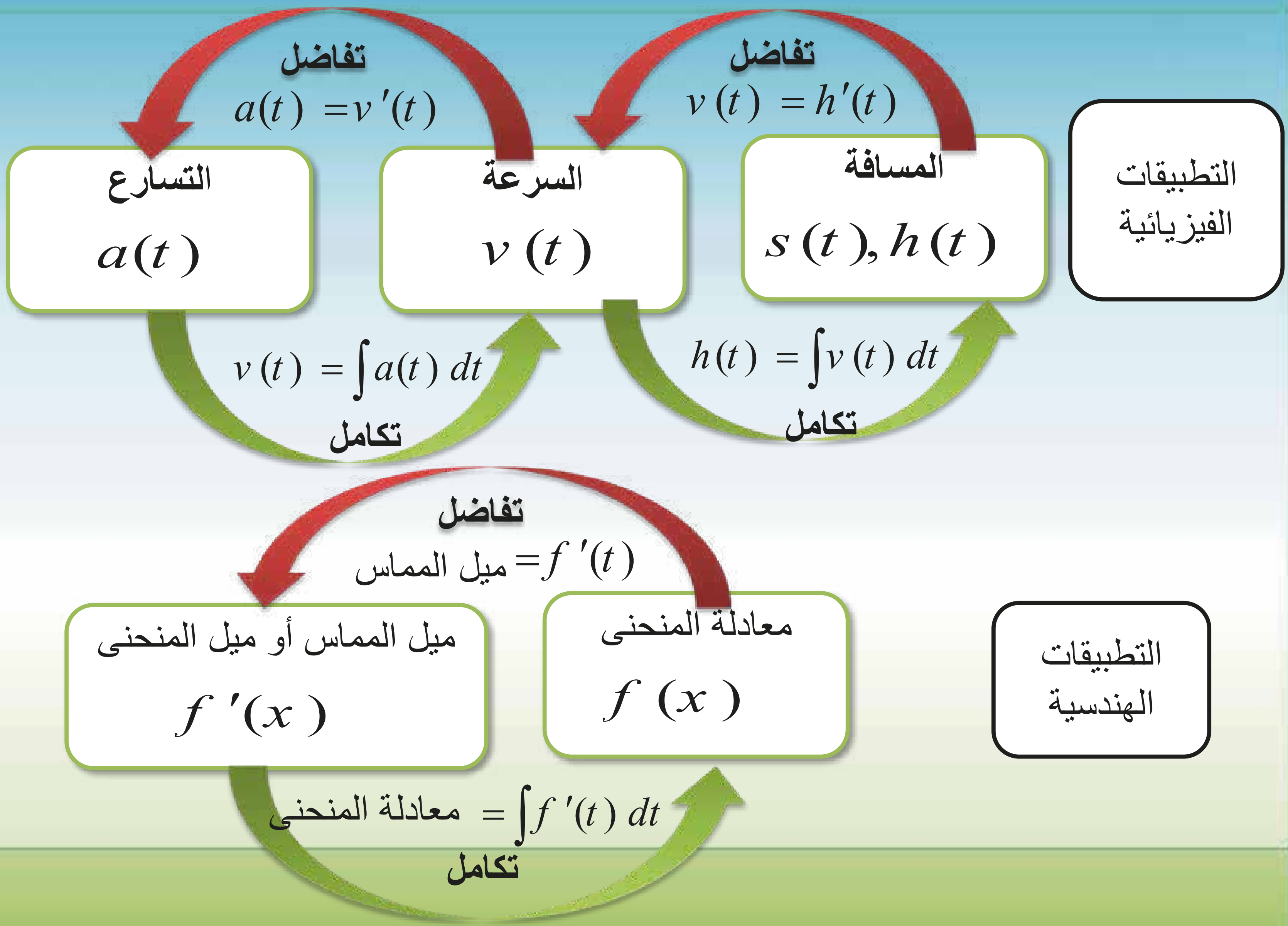
$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{a}{x^n} = 0 \quad , \quad \lim_{x \to \pm\infty} a = a$$

ملاحظات هامة : عند حساب النهاية عند اللانهاية في الدوال النسبية فإنه

إذا كانت درجة البسط = درجة المقام فإن ، النهاية = المعامل الرئيسي للبسط / المعامل الرئيسي للمقام

- إذا كانت درجة البسط اقل من درجة المقام فإن النهاية = صفر
- إذا كانت درجة البسط اكبر من درجة المقام فإن النهاية = $\pm\infty$

التطبيقات الفيزيائية و الهندسية للتفاضل و التكامل



المشتقة
أو التفاضل

باستخدام النهايات

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

باستخدام قواعد الاشتقاق

إذا كان $f(x) = x^n$ ، حيث n عدد حقيقي، فإن: $f'(x) = nx^{n-1}$.
مشتقة الدالة الثابتة تساوي صفرًا؛ أي أنه إذا كانت $f(x) = c$، حيث c عدد ثابت، فإن $f'(x) = 0$.
إذا كانت $f(x) = cx^n$ ، حيث c ثابت، و n عدد حقيقي، فإن: $f'(x) = cnx^{n-1}$
$\frac{d}{dx}[f(x)\,g(x)] = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$.
$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{[g(x)]^2}$

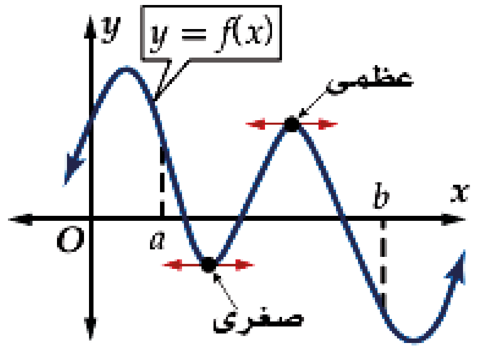
المشتقات

إذا كانت $f(x) = x$ ، فإن $f'(x) = 1$ ، و إذا كانت $f(x) = cx$ ، فإن $f'(x) = c$.

مفهوم أساسي

نظرية القيمة القصوى

إذا كانت $f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، فإن لها قيمة عظمى وصغرى على الفترة $[a, b]$ ، وذلك إما عند إحدى طرفي الفترة أو عند إحدى النقاط الحرجة.



خطوات إيجاد القيم القصوى

1- نوجد المشتقة

2- نوجد النقط الحرجة بمساواة مشتقة الدالة بالصفر ونتأكد أنها تقع داخل الفترة المعطاة في السؤال

3- نوجد قيم الدالة عند النقط الحرجة وعند الأطراف

4- اكبر قيمة هي القيمة العظمى و أصغر قيمة هي القيمة الصغرى

التكامل

مفهوم أساسي — التكامل المحدد

يعطى التكامل المحدد للدالة $f(x)$ في الفترة $[a, b]$ بالصيغة:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x \,,\ \Delta x = \frac{b-a}{n},\ x_i = a + i\Delta x$$

حيث a **الحد الأدنى** للتكامل، و b **الحد الأعلى** للتكامل، وتُسمَّى هذه الصيغة **مجموع ريمان الأيمن**.

ويُعبر هذا التكامل عن مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)$ والمحور x في الفترة $[a, b]$

مفهوم أساسي — قواعد الدالة الأصلية

قاعدة القوة

إذا كان $f(x) = x^n$، حيث n عدد نسبي لا يساوي -1، فإن: $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.

قاعدة ضرب دالة القوة في عدد ثابت

إذا كان $f(x) = kx^n$ ، حيث n عدد نسبي لا يساوي -1 ، k عددًا ثابتًا، فإن:

$F(x) = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C$.

قاعدة المجموع والفرق

إذا كان لـ $f(x)$ ، $g(x)$ دالتان أصليتان هما $F(x)$ ، $G(x)$ على الترتيب ،

فإن: $F(x) \pm G(x)$ دالة أصلية لـ $f(x) \pm g(x)$.

مفهوم أساسي — النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

إذا كانت $F(x)$ دالةً أصلية للدالة المتصلة $f(x)$، فإن

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) .$$

ويمكن التعبير عن الطرف الأيمن من هذه العبارة بالرمز $F(x)\Big|_a^b$.

خاتمة

و في الختام أحمد الله عزوجل الذي أتم عليّ نعمة و أعانني على وضع هذا الكتيب أسال الله عزوجل أن أكون قد وفقت في تقديم مادة علمية مفيدة و صحيحة يستفيد منها كل من أطلع عليها فإن أصبت فبتوفيق رب العالمين و أن أخطأت فمن نفسي أسال الله التوفيق لي و لكم .

.

معلمة الرياضيات

هند علي العديني